Indhold

Temanummer: Matematikvanskeligheder

Tidsskriftet »Psykologisk Pædagogisk Rådgivning«s Review-panel

Tidsskriftet PSYKOLOGISK PÆDAGOGISK RÅDGIVNING har tilknyttet et review-panel af udvalgte faglige eksperter, som redaktionen samarbejder med i ønsket om at opkvalificere artiklernes faglige niveau. Udvalgte og anonymiserede artikler tilsendes review-panelet til vurdering. Review-panelets vurderinger af disse artikler indgår i redaktionens endelige beslutning om udgivelse. Det er redaktionens endelige ansvar, hvad der måtte udgives.

Abonnement, løssalg og reklamationer:
Dansk psykologisk Forlag
Kongevejen 155, 2830 Virum
Tlf. 3538 1655 – Fax. 3538 1665
e-mail: salg@dpf.dk – hjemmeside: skolepsykologi.dk
Pris: kr. 380,00, stud. kr. 285,00 incl. moms

Lavtpræsterende elever i matematik

– eller hvad vil det sige at være lavtpræsterende?

Artiklen handler om matematikundervisning, dens opgavetyper og den gruppe af elever, som i løbet af deres skoletid får benævnelsen lavtpræsterende. Typisk er en lavtpræsterende elev, en der har vanskeligheder inden for dele af CKF-området Tal og Algebra. Og selvom matematikundervisningen ifølge Fælles Mål indeholder mange forskellige aspekter og dimensioner, så er ofte elevens manglende løsning af meget simple opgaver, der er udslagsgivende for, at eleven bliver betragtet som en lavtpræsterende elev. Men opgaveløsning er ikke bare opgaveløsning – nogle opgaver har større vægt og betydning end andre, når deres bidrag til at kvalificere eleven til at begå sig i "virkelighedens" matematik skal vurderes. Artiklen ansporer til, at vi overvejer, om det er det rette opgavegrundlag, der ligger til grund for, at en elev bliver betegnet som lavtpræsterende. Eller skal vi til at acceptere og drage konsekvenserne af, at samfundet i dag stiller andre krav, rummer andre udfordringer og har andre muligheder end de opgaver, hvis løsning volder mangen en lavtpræsterende elev stort møje.

Af udviklingskonsulent *Kim Foss Hansen*

Undervisningen i matematik omfatter 4 områder, nemlig

- Arbejde med tal og algebra
- Arbejde med geometri
- Matematik i anvendelse
- Kommunikation og problemløsning

Undervisningen i de 4 områder skal planlægges og tilrettelægges således, at den opfylder en række mål, der er angivet som trinmål. Fælles Mål indeholder trinmål ved udgangen af 3., 6. og 9. klasse samt slutmål, som er de langsigtede mål, der er for hele skoleforløbet. Trinmålene ved udgangen af 3. klassetrin ser således ud:

Inden for *Arbejde med tal og algebra* skal undervisningen lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til at

- kende til de naturlige tals opbygning, herunder rækkefølger, tælleremser og titalssystemet bestemme antal ved at anvende simpel hovedregning, tællema-

terialer, lommeregner og skriftlige notater
- kende eksempler på praktiske problemstillinger, der løses ved addition og subtraktion
- arbejde med forberedende multiplikation og helt enkel division
- kende til eksempler på brug af decimaltal, bl.a. i forbindelse med penge og enkle brøker som en halv og en kvart.

Undervisningen skal i *Arbejde med geometri* lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til at
- tale om dagligdags ting og billeder med brug af det geometriske sprog og udgangspunkt i former, beliggenhed og størrelser
- arbejde med enkle, konkrete modeller og gengive træk fra virkeligheden ved tegning
- undersøge og beskrive mønstre, herunder symmetri
- arbejde med enkel måling af afstand, flade, rum og vægt
- undersøge og eksperimentere inden for geometri, bl.a. ved anvendelse af computeren.

Undervisningen skal i *Matematik i anvendelse* lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til at
- vælge og benytte regningsart i forskellige praktiske sammenhænge
- kende til, hvordan tal kan forbindes med begivenheder i dagligdagen
- indsamle og ordne ting efter antal, form, størrelse og andre egenskaber
- behandle data, herunder ved hjælp af lommeregner og computer
- opnå erfaringer med »tilfældighed« gennem spil og eksperimenter.

Undervisningen i *Kommunikation og problemløsning* skal lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til at
- kende til eksperimenterende og undersøgende arbejdsformer
- arbejde med informationer fra dagligdagen, som indeholder matematikfaglige udtryk
- beskrive enkle løsningsmetoder, bl.a. ved hjælp af tegning
- kende til problemløsning som et element i arbejdet med matematik
- anvende forskellige metoder, arbejdsformer og redskaber til løsning af matematiske problemer
- samarbejde med andre om at løse problemer, hvor matematik benyttes
- gennemføre eksperimenter og undersøgelser med sigte på at finde mønstre.

Trin- og slutmål er undervisningsmål, altså mål for undervisningen, mens det er lærerens opgave (evt. i samarbejde med eleven) at sætte de læringsmål, der gælder for eleven. I praksis vil disse mål typisk være lærerens fortolkning af, hvilke kundskaber og færdigheder det er, eleven skal beherske for, at eleven er i stand til det, som trinmålene angiver. Nogle lærere skriftliggør disse læringsmål, mens andre lader lærebogssystemets oplæg og opgaver udgør det, som eleven skal tilegne sig.

At være lavtpræsterende betyder da, at man enten

- har svært ved at kunne det, som er angivet i trinmålene, eller at man
- har svært ved at tilegne sig de kundskaber og færdigheder, som læreren har udvalgt som forudsætninger for, at man er i stand til det, som trinmålene angiver, eller at man
- har svært ved at forstå oplæggene (lærebogens og lærerens) og løse de opgaver, der er i de materialer, der benyttes i undervisningen.

Oftest er det elevens opgaveløsning, der er udslagsgivende for, om eleven bliver betragtet som en højt-, middel- eller lavtpræsterende elev.

Opgaveløsning er det, undervisningen handler om

Faget matematik med dets formål og mål bliver typisk omsat til opgaver, som derved kommer til at udgøre faget. Det er som om, at underviseren handler ud fra, at hvis eleverne er i stand til at løse opgaverne, så er formålet og målene opfyldt. Denne antagelse bekræftes læreren i, når skolepolitikken lader beviset på, at eleven har tilegnet sig det, der skulle læres, være en afgangsprøve, der igen består af opgaver, der skal løses. Samtalen om eller vægten af de overvejelser eleven gør sig vedrørende faget er ikke af så central betydning, at de indgår i den afsluttende prøve. Der er derfor ikke noget at sige til, at målet med undervisningen i matematik for mange matematiklærere er, at eleverne skal blive bedst muligt i stand til at løse de skriftlige opgaver, de bliver stillet overfor ved den afsluttende prøve. Og denne færdighed i at løse skriftligt formulerede opgaver tilegnes nu engang bedst ved at lade eleverne løse skriftligt formulerede opgaver. Det interessante ved forvandlingen fra formål og mål til konkrete opgaver og afgangsprøveopgaver er, at der aldrig er ført bare noget, der ligner et bevis for, at det, at eleven kan løse opgaverne, er ensbetydende med, at eleven kan det, målene siger, at de skal være i stand til. Vi kan faktisk endda støde på voksne, der har klaret matematikopgaveuniverset meget ringe – og som udtrykker, at matematik kan de i hvert fald ikke, der faktisk i deres dagligdag i fritid og på arbejde er i stand til at bruge matematik – så længe man ikke fortæller dem, at det er matematik, der er tale om. Sådanne voksne stødte bl.a. Lena Lindenskov på, da hun beskæftigede sig med AMU-kursisters oplevelser og potentialer i faglig regning og matematik (Lena Lindenskov, 1996).

Nu er en opgave imidlertid ikke bare en opgave. Der findes mange forskellige slags opgaver, hvilket Mogens Niss (2007) redegør for på glimrende vis i MONA 2007-1. Mogens Niss nævner »et bredt spektrum af opgaver – spændende fra de enkleste rutineopgaver fokuseret på genkendelse eller indøvelse af enkeltstående velkendte begreber eller procedurer i en forelagt ramme, øvelsesopgaver som næppe stiller krav om begrundelse af fremgangsmåde eller resultat til – i den anden ende af spektret – avancerede, komplekse, udfordrende problemer som kræver nye, eller opfindsomme kombinationer af etablerede metoder af den elev for hvem problemet ikke er bekendt, og som tillige stiller store krav til ræsonnement og retfærdiggørelse i tilknytning til løsningen.« (s. 15)

Men der er så afgjort flest opgaver af den første type: enkle rutineopgaver fokuseret på genkendelse eller indøvelse af enkeltstående velkendte begreber eller procedure i en forelagt ramme. Det kan man overbevise sig om ved selvsyn. Kig ind i en matematiktime – der løses opgaver; kig i en matematikbog – den består af opgave på opgave – nogen gange, men langtfra altid garneret med billeder, der skal konkretisere det, opgaverne handler om; kig i Matematik (matematiklærerforeningens blad) – det handler også overvejende om opgaveløsning; kig på de skriftlige prøver, det er opgave på opgave. De diagnostiske prøver, der anvendes i stor udstrækning i folkeskolen, er ligeledes opgave på opgave, og det samme gælder naturligvis for de nationale it-baserede test, som for første gang blev anvendt i foråret 2007. Opgave på opgave.

Nu er der jo ikke noget galt i at løse opgaver, men måske er det ikke alle opgaver, det er lige relevant at bruge tid på at løse. Relevant i forhold til de mål, der rent faktisk er for matematikundervisningen – og relevant i forhold til elevens behov og forudsætninger.

Relevant i forhold til målene

Nøjes man med at tage afsæt i de mest benyttede matematiksystemer i folkeskolen, så kan enhver ved selvsyn konstatere, at det ikke er fagformålets tredje stykke, der er dominerende – endsige bare nogenlunde tilgodeset i systemerne (Undervisningen skal medvirke til, at eleverne oplever og erkender matematikkens rolle i en kulturel og samfundsmæssig sammenhæng. Med henblik på at kunne tage ansvar og øve indflydelse i et demokratisk fællesskab, skal eleverne kunne forholde sig vurderende til matematikkens anvendelse.). Det er heller ikke sætningen: »I vekselvirkning hermed skal eleverne have mulighed for at anvende og udbygge de tilegnede kundskaber og færdigheder gennem undervisning i tværgående emner og problemstillinger« (folkeskolelovens § 5.1), der præger opgaverne. Undervisningen i matematik har gennem formuleringen i folkeskolelovens § 5.1 to hovedformål, nemlig dels at give eleverne mulighed for at lære matematik og dels at give dem mulighed for at anvende matematik i behandlingen af emner, der ligger uden for matematikkens eget univers. Det er det, der går igen i fagets formål og i dets slut- og trinmål.

Når vi står overfor en elev, der er lavtpræstende, bør vi stille os spørgsmålet: lavtpræsterende i forhold til elevens mulighed for at lære matematik? Lavtpræsterende i forhold til at anvende matematik i behandlingen af emner, der ligger uden for matematikkens eget univers? Og har eleven modtaget undervisning i begge sfære – eller har undervisningen af denne elev været koncentreret om det første aspekt: at lære matematik?

Relevant i forhold til elevens behov og forudsætninger

Matematik indgår mere eller mindre skjult i en stor del af hverdagens aktiviteter og udfordringer. Mennesker bruger matematik i deres dagligdag – det være sig på arbejde, i hjemmet, i fritiden og i samfundet. En matematikundervisning, der ikke giver eleven kompetencer til at kunne handle matematisk hensigtsmæssigt i dagligdagen, er en fattig matematikundervisning. Det er derfor vigtigt, at eleven modtager en undervisning, der betjener sig af matematik som et middel til, at eleven kan tilegne sig løsningsstrategier i hverdags- og arbejdslivet. Når der her tales om elevens behov og forudsætninger, så er det altså ikke i forhold til at kunne løse rutineprægede færdighedsopgaver, men i forhold til de udfordringer, som eleven møder uden for matematikkens eget faglige univers. Elevens behov og forudsætninger for at kunne indgå i det samfund, som eleven møder i fritidsliv, familieliv, samfundsliv og arbejdsliv. Her stilles nogle andre krav til matematisk kunnen og forståelse end den, der kræves, når en opgave som 5 + 8 skal løses. Her er det mere en viden om, hvad der skal gøres end om, hvordan det, der skal gøre, gøres, det handler om (at der skal multipliceres er vigtigere end, hvordan der multipliceres). Det er mere en viden om overslag (hvad bliver det cirka, hvis jeg køber?), vurdering (hvad kan jeg bruge, når der også skal være råd til?), kritisk tagen stilling til (fx forskellige reklametilbud), faglig læsning (fx hvilke tal og oplysninger er det, der er væsentlige, når det, jeg har brug for, er?), lokalisering af fejl (er der overensstemmelse mellem det stregkodeaflæsningen har resulteret i og så det, der står på regningen?), forhold mellem forskellige enheder (fx ligger 1½ times kørsel fra byen over for ligger 75 km fra centrum). Og listen kunne fortsættes og et eller andet sted ville der stå, at det er vigtigere at kunne betjene sig af de hjælpemidler (fx lommeregner), der findes end at kunne »regne selv«.

Lavtpræsterende i forhold til opgaveløsning

Når det skal vurderes, om en elev er lavtpræsterende i forhold til opgaveløsning, må man se på forskellige typer af opgaver. Er eleven lavtpræsterende, fordi vedkommende ikke er i stand til at løse opgaver, der handler om:

- At lære eleven at håndtere hændelser i hverdagen ved hjælp af matematik? Her er det hændelserne, der er udslagsgivende for den matematik, der skal bruges.
- At lære eleven at løse matematikopgaver, der er pakket ind i mere eller mindre konstruerede hverdagssituationer? Hverdagssituationerne er ikke valgt ud fra deres værdi som hverdagssituationer, men ud fra, at de egnede som indpakningspapir for traditionelle matematikopgaver.
- At lære eleven at løse træningsopgaver med henblik på, at eleven kan løse lignende matematikopgaver? Når eleven sættes overfor sådanne opgaver, opnår eleven i bedste fald at blive i stand til at løse lignende opgaver. Midlet er matematikopgaver, og målet er at erhverve kundskaber og færdigheder i matematikopgaveløsning.

De fleste navngivne lavtpræsterende elever findes inden for den sidste type af opgaveløsning.

I de første skoleår er det manglende talkendskab og talforståelse, der typisk falder i øjnene.

Vi ser allerede her, at det er præstationerne inden for Tal og algebra eller mere præcist inden for tal, der typisk noteres på lærerens blok. Det er ikke geometri, matematik i anvendelse eller kommunikation og problemløsning. Det er tal.

Senere bliver den manglende talkendskab og talforståelse suppleret med manglende færdigheder inden for først addition og senere på mellemtrinnet også inden for subtraktion, multiplikation og division. Det bliver ikke lettere for eleven at klare de nye udfordringer, når talområdet udvides med brøker, decimaltal og negative tal. Manglende kendskab til og forståelse af positionssystemet, bliver ofte på dette tidspunkt i skoleforløbet kædet til karakteristikken af den lavtpræsterende elev i matematik.

På de ældste klassetrin udtrykker lærerne tit forundring over, at mange elever har svært ved at løse opgaver, der er »pakket ind i« tekst. Her optræder dermed en »ny« type lavtpræsterende.

Skal man blive ved?

Det spørgsmål enhver lærer må stille sig, når vedkommende står overfor en elev, der er lavtpræsterende, er: hvor længe skal vi blive ved at satse på, at eleven får tilegnet sig det, som eleven ikke kan lære på en sådan måde, at det bliver automatiseret?

Det er selvfølgeligt dejligt at vide, at 3 + 5 er 8. Det er også rart at vide, at man kan – hvis man nu ikke ved, at 3 + 5 er 8 – tælle sig frem til det 3 + 5 er, nemlig 8. Det er også rart, at der er en lærer, der kan hjælpe en, hvis nu alligevel er sådan, at man hverken ved, hvad 3 + 5 er eller kan huske, hvordan det nu var, at man kunne tælle sig frem til det. Så får man at vide, at det er bedre at starte med 5 end med 3. Hvorfor det er lettere, forstår eleven måske ikke helt, men læreren bliver glad, når eleven husker det – og tæller rigtigt og ikke siger 5 – 6 – 7, men 6 – 7 – 8. Hvis eleven siger, at vedkommende ikke forstår, hvorfor man skal starte med 6, når det største tal nu hedder 5, så er læreren tålmodig. Hun bliver ved. Nogen gange hedder opgaven 3 + 5 andre gange 4 + 3 og atter andre gange 2 + 7. Det er lige svært hver gang. Men læreren bliver ved. Det må være meget vigtigt at vide og lære, siden eleven arbejder så meget med det. Eleven kan se, at der er andre, der arbejder med 17 + 8. Det må være meget svært, for de arbejder meget med det. Atter andre får opgaver, hvor man skal plusse 232 og 134. Det må være umuligt. Tænk at skulle tælle sig frem. Nå, men jeg er nok gået ud af skolen, inden jeg når til det, tænker eleven, der går i 8. klasse (specialklasse).

Nogle elever er dygtige til at gennemføre opgaver, der handler om de fire regningsarter – og alligevel bliver de omgående lavtpræsterende, når det handler om opgaver som denne:

I 2002 blev der gravet en gammel båd fra vikingetiden frem af mosens dyb. Ved hjælp af kulstof-14 metoden blev det bestemt, at den nok var fra år 1038. Hvor gammel er båden i dag?

Eleven svarer efter et stykke tid 964 år. Eleven får at vide, at svaret ikke er korrekt. Eleven løser opgaven på ny – denne gang ved hjælp af lommeregneren – og når endnu engang frem til 964 år. Atter er svaret ikke korrekt. Eleven går i stå – og kan ikke forstå, hvorfor svaret ikke er rigtigt. Og det er ikke fordi, eleven ikke kan læse opgaven. Det kan han ord for ord.

Eller som denne:
Mali har togkort. Mali bor 13 minutters gang fra stationen. Der er togafgang hver 20. minut på minuttallene 10-30-50, hvis togene da ellers kører til tiden. Mali skal køre med toget i 23 minutter. Der er 5 minutters gang fra stationen til musikskolen, hvor Mali spiller 3 gange om ugen.

Hvornår skal Mali senest gå hjemmefra, når hun senest skal være på Musikskolen fem minutter i to? Hvilket tog skal Mali tage?

Måske er det vigtigere for elevens fremtidige (og nutidige) liv, at eleven er i stand til at løse den sidste opgave end den første? Under alle omstændigheder bør undervisningen ikke forholde eleven muligheden for at tilegne sig strategier, der handler om, hvordan den sidste opgave kan løses. Den første kan løses ved hjælp af en lommeregner.

Læreren må altså hele tiden vurdere og forholde sig til, hvor stor sandsynligheden er for, at eleven vil (kan) tilegne sig det, der bliver undervist i. Og hvis den ikke er stor, bør læreren overveje, om der ikke er andre måder, eleven kan gribe de valgte områder an på, end de (den) der almindeligvis anses som den ønskelige. Problemet er måske ikke så stort, at man løser opgaven 5 + 3 ved hjælp af en lommeregner, hvis man ved, at der skal adderes. Måske er det ikke finere at bruge hovedet end lommeregneren, hvis hovedet nu ikke er til at bruge?

Det er ikke alene ...

Det er i dag ikke alene læreren eller lærebogens opgave, der definerer, hvem der er lavtpræsterende, og hvem der ikke er. Når man fx er lavtpræsterende i PISA sammenhæng, så betyder det noget andet (og mere) end det, der udelukkende er knyttet til Tal. PISA fokuserer på de matematiske færdigheder og forståelser, der anses for at være relevante at besidde i form af kompetencer hos unge mennesker ved starten af voksenlivet. (PISA 2003, 2004, s. 36)

PISA konceptet betjener sig af fire overordnede idéområder, som indeholder alle de traditionelle områder, som matematikfaget beskrives ved i relation til grundskoleundervisningen. De fire idèområder er

- Forandringer og sammenhænge (konkretiseret gennem opgaver fra geometri, algebra, funktioner, tal, statistik)
- Rum og form (konkretiseret gennem opgaver fra geometri, kombinatorik)
- Usikkerhed (konkretiseret gennem opgaver fra sandsynlighedsregning, kombinatorik, tal, statistik)
- Størrelser (konkretiseret gennem opgaver fra geometri, funktioner, kombinatorik, tal)

Inden for hvert af de fire idéområder beskrives 6 forskellige niveauer, hvor niveau 6 er det højeste og niveau 1 er det laveste.

Idéområdet Forandringer og sammenhænge

På niveau 1 skal eleven for at være på niveauet kunne:

- Lokalisere relevante informationer i en simpel tabel eller graf
- Følge direkte og simple instruktioner til at læse informationer, der er givet direkte i en simpel tabel eller graf i en standard eller en anden almindelig form
- Gennemføre simple beregninger, der involverer en sammenhæng mellem to kendte variable.

Specielt skal eleven kunne:

- Forbinde en simpel sammenhæng mellem et specielt træk i en tekst og en simpel graf, samt kunne aflæse værdien på grafen
- Lokalisere og aflæse specifikke værdier i en tabel
- Udføre simple beregninger der involverer sammenhæng mellem to kendte variable.

I Danmark er der 12%, der præsterer på niveauet og 6%, der præsterer under dette niveau.

Idéområdet Rum og form

På niveau 1 skal eleven for at være på niveauet kunne:

- Løse problemer i en velkendt kontekst ved at bruge velkendte billeder og tegninger af geometriske objekter, sammen med elementære regnefærdigheder.

Specielt skal eleven kunne:

- Bruge en to-dimensional repræsentation til at tælle eller beregne elementer ved et simpelt tredimensionalt objekt.

I Danmark er der 11%, der præsterer på niveauet og 7%, der præsterer under dette niveau.

Idéområdet Usikkerhed

På niveau 1 skal eleven for at være på niveauet kunne:

- Forstå og anvende ideer fra den grundlæggende sandsynlighedsregning i en eksperimenterende kontekst

Specielt skal eleven kunne:

- Forstå sandsynlighedsregningens basisbegreber i sammenhæng med velkendte eksperimenter
- Kunne ordne og tælle data systematisk i en veldefineret spilsituation.

I Danmark er der 10%, der præsterer på niveauet og 4%, der præsterer under dette niveau.

Idéområdet Størrelser

På niveau 1 skal eleven for at være på niveauet kunne:

- Løse de allermest grundlæggende problemer med alle relevante informationer eksplicit givet
- Løse situationer der er let tilgængelige, hvor de krævede grundlæggende beregninger er tydeligt angivet og den matematiske tilgang elementær.

Specielt skal eleven kunne:

- Fortolke en simpel, tydeligt givet matematisk sammenhæng, og anvende den direkte ved beregningen
- Læse og fortolke en simpel tabel med tal og kunne beregne søjlesummen og sammenligne resultater.

I Danmark er der 10%, der præsterer på niveauet og 5%, der præsterer under dette niveau.
(alle ovenstående oplysninger er hentet i PISA 2003, 2004. I rapporten findes de øvrige niveauer beskrevet, og der er givet eksempler på opgaver, der repræsenterer de forskellige idéområder)

Måske skal det overvejes, om de mål (der sættes for en elev, som er konstateret lavtpræsterende) og om det indholdsvalg, der bliver truffet på baggrund af målene, er de/det rigtige. Måske skal der undervises i noget andet end det, som eleven ikke kan? Ikke af hensyn til PISA, men af hensyn til eleverne. Måske skal noget andet vægtes end det, der hidtil har haft højeste prioritet?

Efterskrift

Så vidt jeg har kunnet finde ud af, findes der ingen tilgængelige statistikker eller oversigter over, hvor udbredt specialundervisning i matematik er. Der findes heller ikke nogen oversigt over på hvilke måde specialundervisningen i faget bliver bedrevet. Der findes heller ikke oversigter over, hvordan lavtpræsterende elever tilgodeses i den almene undervisning. Det betyder imidlertid ikke, at der ikke foregår specialundervisning i matematik, eller at de elever, der får betegnelsen lavtpræsterende ikke støttes i den almene undervisning.

Oplysningerne findes sandsynligvis på kommunalt plan eller i hvert fald på skoleplan. Budet er, at langt de fleste lavtpræsterende elever i matematik støttes via intentionerne i folkeskolelovens § 18.1.

Litteratur

Lena Lindenskov, 1996, *»Det er fordi jeg mangler billeder…«* Arbejdsmarkedsstyrelsen 1996.

Mogens Niss, *Opgavediskursen i matematikundervisningen,* MONA 2007-1

PISA 2003 – Danske unge i en international sammenligning, redaktion Jan Mejding, Udgivet af Danmarks Pædagogiske Universitets Forlag, 2004.

Dysmatematikk[1]: Et multifaktorelt fenomen med karakteristiske kjennetegn

Dysmatematikk blir med rette karakterisert som et multifaktorelt fenomen. Allerede de første systematiske studiene fra tidlig i forrige århundre dokumenterte variasjoner både når det gjaldt vanskenes grad og vanskenes art. De senere års forskning har imidlertid i stadig sterkere grad fokusert på karakteristiske kjennetegn for fenomenet og elevgruppen (dysmatematikerne). Ulike forskningstradisjoner vektlegger ulike aspekter ved fenomenet, noe som for øvrig kommer til uttrykk i de avgrensningsmåtene (definisjonene) som anvendes.

Den foreliggende artikkelen som tar utgangspunkt i diskrepans definisjoner, prokura definisjoner og definisjoner basert på karakteristiske kjennetegn, har til hovedhensikt å synliggjøre hvordan ny forskning gradvis bidrar til å gi uttrykket «et multifaktorelt fenomen» konkret innhold og til å avdekke hvilke konsekvenser ulike avgreningsmåter har for vår vurdering av fenomenets omfang og egenart.

Av *Snorre A. Ostad*

Diskrepansdefinisjoner

Den grunnleggende tenkning bak såkalte diskrepansdefinisjoner er at faglig tilkortkomming kan manifestere seg innenfor et snevrere funksjonsområde, for eksempel være spesifikt knyttet til enkeltfag. I matematikkfaget blir således *spesifikke matematikkvansker* definert som *underyting i matematikk,* relativt til det som kunne forventes ut fra andre målbare kriterier (Landerl et al., 2004). Her følger noen eksempler:

Variant knyttet til IQ: Et godt resultat basert på intelligenstesting skaper forventning om et tilsvarende godt resultat på prøver i matematikk. En diskrepansdefinisjon på dette området vil rette oppmerksomheten mot forholdet

1) Dysmatematikk er et nordisk språkuttrykk som referer seg til matematikkrelaterte vansker. Opprinnelig ble uttrykket introdusert av svensken Olof Magne. (Se Magne, 1992.) I den foreliggende artikkelen blir dysmatematikk benyttet som et overbegrep som inkluderer matematikkvansker, spesifikke matematikkvansker og dyskalkuli. Uttrykket er vanligvis ikke brukt i internasjonal forskningslitteratur.

mellom forventet prestasjon basert på IQ og aktuell prestasjon basert på prøver i matematikk (ofte standpunktsprøver). Elever med spesifikke matematikkvansker har signifikant lavere prestasjoner i matematikk enn forventet i følge IQ.

Variant knyttet til prestasjoner i andre fag: En annen variant, for øvrig ikke uvanlig her i landet, fokuserer på uoverensstemmelse mellom elevenes prestasjoner i ulike fag. Gode ferdigheter i skriftspråkfag kombinert med lave matematikkprestasjoner har dannet grunnlaget for ett av flere definisjonsalternativer av spesifikke matematikkvansker. Diskrepans blir dessuten ikke sjelden vurdert i et utvidet perspektiv ved at man setter elevenes matematikkprestasjoner i relasjon til resultatene både fra intelligenstesting og testing av skriftspråkferdigheter. I slike tilfelle har uttrykket dyskalkuli blitt benyttet (Ostad, 2001).

Variant knyttet til alder: Ytterligere en variant tar utgangspunkt i elevens alder (klassetrinn) og setter elevens aktuelle prestasjoner i matematikk i relasjon til det matematikkfaglige nivået som det forventes at elever på vedkommende alderstrinn skal befinne seg på. Shalev et al. (1997), for eksempel, legger til grunn for sin definisjon av spesifikke matematikkvansker at elevenes matematikkfaglige ferdighetsnivå skal ligge to klassetrinn under i forhold til kronologisk alder. Dette er tilfellet når en elev i 4. klasse dokumenterer matematikkferdighet på 2. klassenivå.

Senere års forskning har imidlertid bidratt til å synliggjøre svakheter ved bruken av diskrepansbaserte definisjoner. Det blir særlig pekt på mangelfull reliabilitet knyttet til måling av fagkunnskaper (fagprøver er ofte lite ensartet med henblikk på oppbygging og substans) og at definisjoner som ensidig forankres til diskrepans, ikke i tilstrekkelig grad rommer de kjennetegn ved fenomenet som er blitt avdekket gjennom nyere forskningsresultater (Francis et al., 2005; Mazzocco & Myers, 2003).

Prokura definisjoner

Prokura definisjoner er definisjoner som avgrenser matematikkrelaterte vansker til et nærmere oppgitt matematikkfaglig ferdighetsnivå (Landerl et al., 2004; Mazzocco & Thompson, 2005). Her inkluderer definisjonene de elevene som skårer lavest på standardiserte matematikkprøver. Hvor avskjæringspunktet mellom elever med og uten vansker skal ligge, dvs. hva «lave skårer» skal innebære, og hvilke faguttrykk som da benyttes, varierer imidlertid sterkt i internasjonal faglitteratur. Her følger noen eksempler:

Geary og kollegane hans benytter termen *mathematically disabilities* og inkluderer i én undersøkelse de 30% svakeste elevene (Geary, Hoard & Hamson, 1999) og de 35% svakeste i en annen undersøkelse (Geary, Hamson & Hoard, 2000). Jordan og hennes kollegaer benytter termen *mathematics difficulties* og inkluderer de 35% svakeste (Jordan, Hanich & Kaplan, 2003). Butterworth benytter termen *dyscalculia* og inkluderer i én av sine undersøkelser de 11% svakeste (Butterworth (2003), i en annen undersøkelse bare de 5% svakeste (Landerl, Bevan & Butterworth, 2004). Ostad (1997) skiller mellom *mathematically less able* og *mathematically disable* og inkluderer henholdsvis de 14% og de 10% svakeste. I en senere publikasjon (Ostad & Sørensen, in press) benyttes uttrykket *mathematical difficulties,* som rommer de 25% svakeste.

Hva som er de karakteristiske kjennetegn for dysmatematikk, vil variere som funksjon av hvilket avskjæringspunkt som ligger til grunn, noe resultater fra nyere undersøkelser kan bekrefte (Murphy et al., 2005).

Det er viktig å være oppmerksom at avgrensninger basert på prokura definisjoner vil kunne ekskludere elever (engelsk: *false negatives*) som er overytere i forhold til definisjoner basert på karakteristiske kjennetegn (engelsk: *core deficits*). Omvendt vil prokura definisjoner også kunne inkludere underytere (engelsk: *false positives*) som ikke vil bli fanget opp av definisjoner basert på karakteristiske kjennetegn (Mazzocco et al., 2005).

Antall elever som ville tilhøre henholdsvis kategorien «false positives» eller «false negatives» er en funksjon av hvor forskeren setter avskjæringspunktet mellom elever med og uten vansker. Det dreier seg her om et gjensidig avhengighetsforhold. For å utelukke flest mulig elever av kategorien «false positives» settes avskjæringspunktet relativt lavt (Landerl et al., 2004). For å utelukke flest mulig elever av kategorien «false negatives» settes avskjæringspunktet relativt høyt (Ostad & Sørensen, in press).

I den foreliggende artikkelen blir lave prestasjoner i matematikk betraktet som en indikasjon på dysmatematikk, ofte et resultat av et samspill mellom flere forskjellige og gjensidig overlappende faktorer av kognitiv og/eller nevropsykologisk art.

Definisjoner basert på karakteristiske kjennetegn

En vanlig tilnærmingsmåte i studiet av lærevansker består å identifisere korrelater, dvs. faktorer som korrelerer med det aktuelle fenomenet. Intensjonen er å avdekke faktorer som kanskje kan settes i en årsakssammenheng (kausal relasjon) til fenomenet.

Sammenlignet med matematikkrelaterte vansker har en forholdsvis omfattende forskningsinnsats rettet seg mot lese- og skriverelaterte vansker (dysleksi) hvor man har vært i stand til å utforme såkalte *konsensus definisjoner* som baserer seg på mer enn 30 års forskning. Slike definisjoner inkluderer gjerne et sett av karakteristiske kjennetegn, dvs. en «felles nevner» som det hersker tilnærmet forskningsmessig enighet om kan kjennetegne vanskene (f.eks. Dyslexia Working Group, 2002). Forskning som retter seg mot «core deficits» blant elever med matematikkrelaterte vansker, har blitt intensivert i de senere år (Geary, Hamson & Hoard, 2000; Jordan, Hanich & Kaplan, 2003; Landerl, Bevan & Butterworth, 2004; Murphy et al., 2005; Ostad, 2003) uten at forskningsbaserte konsensus definisjoner tilsvarende de vi finner for lese- og skrivevansker har blitt utformet. Fins det en felles nevner for dysmatematikerne som gjør seg gjeldende på tvers av ulike avskjæringspunkt for matematikkferdighet?

Kjennetegn knyttet til minnefunksjonen: Sammenlignet med elever uten matematikkvansker oppnår dysmatematikere relativt lave skårer på tester av semantisk minne (Geary et al., 2000; Geary & Hoard, 2001), verbalt kortidsminne (Geary, 2004) og fonologisk minne (Hect et al., 2001),og på tester av aritmetiske retrieval-ferdigheter, slik disse lar seg måle når elevene løser oppgaver innenfor rammen av enkle matematikkoppgaver (Ostad, 2000; Ostad & Sørensen, in press). Vansker knyttet både til retrieval- og kalkulasjonsferdigheter er funnet hos dysmatematikere uavhengig av om gruppen har skriftspråkvansker eller ikke (Jordan et al., 2003). Rask automatisert navngiing («rapid naming») viser seg også å være korrelert til matematikkprestasjoner (Mazzocco & Meyers, 2003).

Fra nevropsykologisk hold blir det særlig sterkt understreket at det å løse matematikkoppgaver utfordrer evnen til planlegging, sekvensering og gjennomføring av handlinger (Johnsen, 2004; Luria, 1980). Det sentrale her synes å være at man under oppgaveløsning i matematikk ofte trenger å holde flere ulike alternative handlinger i tankene samtidig (working memory), og at dysfunksjoner i de respektive områdene i hjernen gjenspeiler vanskenes omfang og karakter.

Landerl et al. (2004) har som bakgrunn for sine undersøkelser gjennomgått en lang rekke studier av matematikksvake elevers minnefunksjon. I sin oppsummering hevder forskerne at vansker i minnefunksjonen neppe kan ha et direkte kausalitetsforhold til nedsatt ferdighet i matematikk. (NB! Det er forskjell på korrelasjon og kausalitet.) Selv er disse forskerne av den oppfatning at den mest sannsynlige årsak til matematikkrelaterte vansker er hjernedysfunksjoner.

Kjennetegn knyttet til kunnskapslagring: I de senere år har dysmatematikk i økende grad blitt analysert i lys av ulike former for kunnskapslagring. Sentrale spørsmål har vært: Hva kjennetegner hensiktsmessig kunnskapslagring i matematikk? I hvilken grad lagres kunnskapene som isolerte enheter i minnet eller i nettverksstrukturer? Er lagringsformatet og fremhentingsredskapene for informasjon bildebasert eller lydbasert? Generelt synes forskning her å ha sannsynliggjort at uhensiktsmessig kunnskapslagring er et gjennomgående kjennetegn (en felles nevner) for elever med matematikkrelaterte vansker (Geary, 1993; Ostad & Sørensen, in press). Elevene synes å ha «tunge forestillinger», dvs. deres tankeredskaper under oppgaveløsningen er preget av irrelevant og unødig informasjon (Halford, 1993; Ostad, 1995). Setter vi lagringsformen i et utviklingsperspektiv (jfr. Bruner, 1966) synes dysmatematikerne oftest å stagnere på det Bruner betegner som ikonnivået. Dette nivået kjennetegnes ved «et kunnskapslager preget av rigiditet og vanskelig tilgjengelighet som om faktakunnskapene levde sin isolerte tilværelse som ikoner i lukkede rom.» (Ostad, 2001, s 10.). Kunnskapene er derfor lite funksjonelle og anvendbare i arbeidet med ulike typer oppgaver i faget.

Kjennetegn knyttet til verbal internalisering: Det er alminnelig enighet om at dyslektikere har spesielle vansker når det gjelder innlæring av språklydrekker (fonologiske sekvenser). De fonologiske automatiseringsvanskene som dyslektikere sliter med i norskfaget, ser også ut til å gjøre seg gjeldende i matematikk, men på forskjellig måte. I lesning og skriving er de fonologiske vanskene ofte omfattende og varige.

Det er gjennomført en omfattende undersøkelse, et 3-årig prosjekt, med fokus rettet mot fonologisk prosessering relatert til oppgaveløsning i matematikk (Ostad, 2003). I matematikk synes problemene noe mer avgrenset og kan lettere avhjelpes hvis læreren har den nødvendige innsikt (Askeland, 2005; Ostad, 2003). En av komponentene i prosjektet fokuserer på elevenes strategibruk i lys av fonologiske lagringshypoteser (Ostad & Sørensen, in press). Her blir det påvist at *internaliseringsprosessen* fra ytre til indre tale (jfr. Vygotsky, 1986) er kvalitativt forskjellig hos elever med og elever uten matematikkrelaterte vansker. Den kritiske fasen synes å ligge der barnet skal internalisere en ytre privat tale til en indre stemme. For elever med matematikkrelaterte vansker synes internaliseringen å stanse opp i en tidlig utviklingsfase. Disse elevene benytter ikke indre tale som fremhentingsredskap for informasjon, for eksempel for basisenhetene i multiplikasjon.

Kjennetegn knyttet til konstans i utviklingsforløpet: Innenfor rammen av det såkalte MUM-prosjektet (Ostad, 2001) ble enkeltelevers utvikling fulgt opp over en lengre tidsperiode (minst 2 år). I de fleste klassene var det elever med relativt svake matematikkunnskaper. Her viste det seg at svake ferdigheter ved ett klassetrinn gjerne fortsatte til de to neste. Men det fantes unntak fra denne regelen. Ved å følge disse elevenes matematikkfaglige utvikling fra år til år opp gjennom grunnskolealderen sammenlignet med elever uten matematikkrelaterte vansker, nedtegnet det seg et skille mellom følgende to hovedgrupper: (1) Dysmatematikere med *forsinket matematikkfaglig utvikling:* Denne gruppen fulgte en vanlig utvikling i matematikk, men var forsinket i forhold til sine jevngamle medelever. De «kom seg» i den aktuelle undersøkelsen etter en 2 års periode. (2) Dysmatematikere med *kvalitativt forskjellig matematikkfaglig utvikling:* Denne gruppen manifesterte et avvikende utviklingsog læringsmønster sett i forhold til de normalt fungerende elevene. Elevene hadde – ikke overraskende – signifikant mindre matematikkunnskaper enn normalt fungerende elever. Men samtidig syntes disse elevene å lære annerledes slik at resultatet ble *redusert kvalitet* på det innlærte (Ostad, 1997, 1998a, 1999a & 2000).

Data fra MUM-prosjektet dokumenterte at det var relativt få elever i kategorien dysmatematikere med forsinket faglig utvikling. Gjennomsnittlig dreide det seg om knapt 2% av elevene ved de skolene der MUM-prosjektet ble gjennomført. De aller fleste i denne gruppen (dvs. de som «kom seg») befant seg på de laveste klassetrinnene, dvs. fra 1.-3. klasse. Det ble færre og færre i denne kategorien jo høyere elevene kom opp i klassene. Det var derfor vanskelig å finne tungtveiende argumenter for å plassere dysmatematikere med forsinket faglig utvikling innenfor rammen av termen *matematikkvansker,* slik det tidligere hadde vært gjort (Ostad, 1995).

Langt de fleste dysmatematikerne gikk inn i et utviklingsmønster som gjenspeilte en kvalitativt forskjellig utvikling (Ostad, 1999b). De data som fremkom, underbygget følgelig en argumentasjon i retning av *å omdefinere termen matematikkvansker* slik at fokus for oppmerksomheten i mindre grad ble rettet mot kunnskapsmengden og i større grad mot kvaliteten på elevenes matematikkunnskaper. Det ble derfor her lagt til grunn at elever med *matematikkvansker refererer seg til de dysmatematikerne «som, sett i forhold til normalt fungerende elevers matematikkfaglige utviklingsmønster, ikke har en forsinket men en kvalitativ forskjellig utvikling»* (Ostad, 2001, s. 10). Med den forannevnte avgrensningen utgjorde gruppen elever med matematikkvansker omtrent 10% av elevene ved de aktuelle skolene.

Kjennetegn knyttet til elevenes strategibruk: Barn bruker mange ulike strategier når de løser matematikkoppgaver. Enten kan de hente fram svar på oppgavene direkte fra et fleksibelt kunnskapslager (retrieval-strategier) eller de kan komme fram til svarene oppskriftsmessig, for eksempel ved ulike former for telling (backup-strategier). Resultatene fra MUM-prosjektet viste at strategibruken til elevene med matematikkvansker var kjennetegnet av ensidig, dvs. nært opp til 100%, bruk av backup strategier opp gjennom hele grunnskolealderen. Tidligere forskningsresultater kunne tyde på at forskjellene mellom elevene med og uten matematikkvansker ville utjevne seg opp gjennom grunnskolealderen (Geary, 1993). I så fall kunne forskjellene i utviklingsmønsteret referere seg til forsinket utvikling; den såkalte «development delay model». Derfor var det uventet når data fra MUM prosjektet viste at den typiske strategibruken til disse elevene *opp gjennom hele grunnskolealderen* kjennetegnes ikke bare av manglende bruk av retrieval strategies, men også av langt hyppigere bruk av de mest primitive backup strategiene. Resultatene syntes med andre ord å gjenspeile et utviklingsforløp som var *kvalitativt forskjellig* i de to gruppene, en såkalt «developmental difference model» (Goldman et al., 1988).

Videre var det karakteristiske utviklingsforløpet til elevene med matematikkvansker preget av liten variasjon i strategibruken. Når disse elevene mot slutten av 7. klasse skulle løse et 30 talls enkle addisjonsoppgaver, anvendte de kun én eller to strategivarianter, og det var primitive backup varianter. Det tilsvarende skjedde da oppgaveløsningen tok utgangspunkt i andre oppgavetyper, f.eks. oppstilte subtraksjonoppgaver og tekstoppgaver (Ostad, 1998a og 1999a).

Enkeltelevenes strategibruk ble innenfor rammen av MUM-prosjektet observert og registrert ved to ulike målinger (samme målemetode og oppgaver) med to års mellomrom. Her viste det seg at elevene med matematikkvansker ikke forandret strategibruken i tilnærmelsesvis samme grad som de normalt fungerende elevene. De typiske elevene med matematikkvansker benyttet de samme strategivariantene opp og opp igjen, år etter år opp gjennom grunnskolealderen.

For å oppsummere: Utviklingsmønsteret slik det ble synliggjort i et longitudinelt perspektiv i MUM prosjektet, profilerte de typiske elevene med matematikkvansker som karakterisert ved: (1) ensidig bruk av backup strategier, (2) bruk av de mest primitive backup strategiene, (3) liten variasjonsgrad i bruken av ulike strategivarianter og (4) lav endringsgrad i strategibruken fra år til år opp gjennom grunnskolealderen.

En rekke forskere har ut fra ulike kriterier karakterisert elever med matematikkvansker som en heterogen gruppe. Elevene er ulike med henblikk på generell intelligens, har ulike språkferdigheter, ulik motiveringsgrad osv. (f.eks. Magne, 1988; Ostad, 1999b). Det var derfor grunn til å anta at heterogeniteten i MUM prosjektets matematikksvake grupper ville reflekteres i enkeltelevenes strategibruk. Det var derfor overraskende og i sterk kontrast til resultater rapportert fra andre tilsvarende utenlandske undersøkelser (Geary, 1993; Geary & Brown, 1991) når data fra den foreliggende undersøkelsen synliggjorde at dette ikke var tilfelle. Da elevene med matematikkvansker, nådde avslutningen av 7. klasse, forekom det sjelden avvik fra det hovedmønsteret som undersøkelsen nedtegnet for strategiutviklingen.

Kjennetegn knyttet til kunnskapsmengde: En tilsvarende tendens som i avsnittet foran gjorde seg gjeldende også i forhold til kunnskapsmengden. Variabiliteten, dvs. spredningen i resultatene til elevene med matematikkvansker, syntes å bli mindre og mindre opp gjennom grunnskolealderen. Disse elevene syntes i tidlig grunnskolealder, tilsynelatende allerede i 1. klasse, å gli inn i et utviklingsmønster preget av primitive backup strategier, strategifattigdom og strategirigiditet. Den tidlige konvergensen (utflatingen) av utviklingskurven var overensstemmende med «the developmental difference model» (Goldman et al., 1988; Ostad, 1998a). Resultatene fra MUM prosjektet synes å indikere at elevenes uhensiktsmessige strategibruk i seg selv kunne ha bidratt til å hindre et normalt utviklingsforløp, slik at *forsinket faglig utvikling i tidlig grunnskolealder ble innfallsporten til en kvalitativt forskjellig utvikling,* dvs. forårsaket vanskene (Ostad, 1999b).

Avslutning

Langt de fleste undersøkelser som retter seg mot dysmatematikk har tatt utgangspunkt i relativet elementære ferdigheter, for eksempel aritmetiske basisenheter innenfor rammen av de fire regningsartene (Geary, 1993; Ostad, 1997, 2000). Men selv oppgaveløsning på slike elementære nivå involverer komplekse kognitive prosesser. Eleven må for eksempel kunne relatere tallnavn til tallsymbol og tallnavn og tallsymboler til tilsvarende representasjoner av mengder («den konkrete virkelighet»). Videre må eleven kunne resonnere i forhold til relative mengdestørrelser (kardinasjon), og det kreves innsikt i relasjoner mellom mengdestørrelser og rekkefølge (ordinasjon). Kompleksiteten i de kognitive prosessene som aktiviseres under problemløsning, har bidratt til å vanskeliggjøre arbeidet med å finne frem til enhetlige definisjoner innenfor matematikkrelaterte vansker (Landerl et al., 2004).

Den oppfatningen som i Norden synes å være mest dominerende, er at dysmatematikk er et multifaktorelt problem og at det oppstår i samspillet mellom elevens innlæringsforutsetninger og matematikkens innhold og undervisningsform. Ettersom vanskene kan manifestere seg på ulike måter, kan en ensidig fokusering på én eller noen få av forklaringsmåtene være lite hensiktsmessig (Johnsen, 2004; Lunde, 2004; Magne, 1992). Det kreves mer omfattende forskning både nasjonalt og internasjonalt for å skape et tilstrekkelig sikkert forskningsbasert grunnlag for utforming av konsensus definisjoner innenfor det foreliggende fagområdet.

Referanser

Askeland, M. (2005). Strategiopplæring i multiplikasjon. *Spesialpedagogikk,* 10, 27-31. Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction*. Canbrigde MA: Harvard Univerity Press.

Butterworth, B. (2003). *Dyscalculia Screener.* London: NFER Nelson Publishing Company Ltd.

Dyslexia Working Group. (2002). Definition Consensus Project sponsored by the International Dyslexial Assosiation and the National Institute of Child Health and Human Development. *Dyslexia Discourse*, 52, 9.

Francis, D. J., Fletcher, J. M., Stuebing, K. K., Lyon, G. R., Shaywitz, B. A., & Shywitz, S. E. (2005). Psychometric approaches to the identification of learning disabilities: IQ scores are not sufficient. *Journal of learning disabilities,* 37, 4-15.

Geary, D. C. (1993). Mathematical Disabilities: Cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Psychological Bulletin*, 114, 345-362.

Geary, D. C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of learning disabilities*, 37, 4-15.

Geary, D. C. & Brown, S. C. (1991). Cognitive addition: Strategy choice and speed-of-processing differences in gifted, normal, and mathematically disabled children. *Developmental Psychology,* Vol. 27, No 3, 398-406.

Geary, D. C., Hoard, M. K., & Hamson, C. O. (1999). Numerical and arithmetical cognition: Patterns of functions and deficits in children at risk for mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74, 231-239.

Geary, D. C., Hamson, C. O., & Hoard, M. K. (2000). Numerical and arithmetical cognition: A longitudinal study of process and concept deficits in children with learning disability. *Journal of Experimental Child Psychology,* 77, 236-263.

Geary, D. C. & Hoard, M. K. (2001). Numerical and arithmetical deficits in learning-disabled children: Relation to dyscalculia and dyslexia. *Aphasiology,* 5(7), 635-647.

Goldman, S. R., Pellegrino, J .W. & Mertz, D. L. (1988). Extended Practice of Basic Addition Facts: Strategy Changes in Learning-Disabled Students. *Cognition and instruction*, 5, 223-265.

Halford, G. S. (1993) Children's understanding. *The development of mental models.* Hillsdale. NJ: Erlbaum

Hecht, S. A., Torgesen, J .K., Wagner, R. K. & Rashotte, C. A. (2001). The relation between phonological processing abilities and emerging individual differences in mathematical computation skills: A longitudinal study from second to fifth grades. Journal of Experimental *Child Psychology,* 79, 192-227.

Johnsen, F. (2004). *Spesifikke matematikkvansker.* Alta: Nordnorsk spesialpedagogisk nettverk.

Jordan, N., Hanich, L. B., & Kaplan, D. (2003). A longitudinal study of mathematical competencis in children with specific mathematics difficulties versus children with co-morbid mathematics and reading difficulties. *Child Development,* 74, 834-850.

Landerl, K., Bevan, A. & Butterworth, B. (2004). Developmental dyscalculia and basic numberical capacities: a study of 8-9-years-old students. *Cognition,* 93 (2), 99-125.

Lunde, O. (2004). Har eleven matematikkvansker – og hva skal vi gjøre for å oppnå mestring? *Skolepsykologi*, nr. 1, 17-24.

Luria, A.R. (1980). *Higher cortex functions in man*. New York: Basic Books.

Magne, O. (1988). Om prykologin för spesialpedagogik i matematikk. *Att Undervisa,* 4, 14-16.

Magne, O. (1992). Dysmathematika. *Nordisk Tidsskrift for spesialpedagogikk,* 3, 131-149.

Mazzocco, M. M., & Myers, G.F. (2003). Complexities in identifying and defining mathematics learning disability in primary school age years. *Annals of Dyslexia,* 53, 218-253.

Mazzocco, M. M., & Thompson, R.E. (2005). Kindergarten predictors of math learning disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice,* 20(3), 142-155.

Murphy, M.M., Mazzocco, M.M., Hanish, L.B., & Early, M. (2005). Towards establishing a consensus definition of mathematics learning disability. Manuscript submitted for publication .

Ostad, S. A. (1995). Matematikkvansker – Ulike kategoriseringsmåter. *Norsk pedagogisk tidsskrift*, 1, 26-34.

Ostad, S .A. (1997). Developmental differences in addition strategies: a comparison of mathematically disabled and mathematically normal children, *British Journal of Educational Psychology*, 67, 345-357.

Ostad, S. A. (1998a). Developmental differences in solving simple arithmetic word problems and simple number fact problems: a comparison of mathematically normal and mathematically disabled children. *Mathematical Cognition*, 1998, 4 (1), 1-19.

Ostad, S. A. (1998b). Comorbidity between mathematics and spelling difficulties. *Logopedics, Phoniatrics, Vocology,* 23 (4), 145-154.

Ostad, S.A. (1999a). Developmental progression of subtraction strategies: a comparison of mathematically normal and mathematically disabled children. *European Journal of Special Needs Education*, 14 (1), 21-36.

Ostad, S.A. (1999b). *Elever med matematikkvansker. Studier av kunnskapsutviklingen i strategisk perspektiv*. Oslo: Unipub forlag.

Ostad, S.A. (2000). Cognitive subtraction in a developmental perspective: Accuracy, speed-of-processing and strategy-use differences in normal and mathematically disabled children. *Focus on Learning Problems in Mathematics,* 22(2), 18-31.

Ostad, S.A. (2001). Matematikkvansker – Et resultat av forsinket eller kvalitativ forskjellig utvikling? *Spesialpedagogikk*, 3, 9-14.

Ostad, S. A. (2003). Fra egosentrisk til subvokal tale. *Spesialpedagogikk, 10,* 38-43.

Ostad, S. A. & Sørensen, P.M. (in press). Private speech and strategy-use patterns: Bidirectoral comparisons of children with and without mathematical difficulties in a developmental perspective (Akseptert for *Journal of Learning Disabilities. Scheduled*, 2007, 40 (1)).

Shalev, R. S., Manor, O. & Gross-Tsur, V. (1997). Neuropsychological aspects of developmental dyscalculia. *Mathematical Cognition*, 33, 105-120.

Vygotsky, L. S. (1986). *Thought and language. Cambridge,* MA: MIT Press.

Snorre A. Ostad, dr. philos, dr. scient, professor ved Institutt for spesialpedagogikk, UiO. Internasjonal størrelse innen temaet matematikkvansker. Har en rekke publikasjoner om emnet i internasjonale, skandinaviske og nasjonale publikasjoner.

Artiklen har tidligere været bragt i det norske SKOLEPSYKOLOGI 2006 nr. 5.

Samarbejde mellem matematiklærere og psykologer om matematikvanskeligheder

Matematikvanskeligheder har i en periode været prioriteret lavt. Lena Lindenskov redegør for, at matematiklæring hos elever, det ikke vil lykkes for, har haft ringe opmærksomhed og diskuterer nogle årsager til, at området har været dømt ude: Har det noget at gøre med opfattelser af, hvor væsentligt matematik er? Bunder det i teorier om matematikvanskeligheder? Eller hænger det sammen med effekten af særlige foranstaltninger? Forfatteren påviser, at opmærksomheden er tiltagende. Hun opfordrer til at udnytte dansk og international viden og erfaringer til at understøtte en mere fokuseret praktisk indsats og en mere systematisk vidensudvikling. Og til at der satses på tættere samarbejde mellem fagfolk inden for psykologi og fagfolk inden for matematikkens didaktik og på forstærket evaluering af forskellige tilbud med hensyn til indhold, hjælpemidler og effekt. Artiklens argumentation eksemplificeres delvist med en gruppe voksne i Nordjylland, der fik specialundervisning, da de gik i skole, og som nu deltager i forberedende matematikundervisning for voksne, FVU-matematik.

Af professor *Lena Lindenskov,*
Danmarks Pædagogiske Universitetsskole
ved Aarhus Universitet

Matematiklæring hos elever, der har matematikvanskeligheder, har været et forsømt område i Danmark, både praktisk og teoretisk. Der findes ingen samlede danske oversigter over antal og karakteristik af elever i matematikvanskeligheder. Der er heller ingen samlet viden om, hvilke særlige indsatser der findes for elever, hvad enten indsatserne foregår som del af en differentieret undervisning eller det foregår uden for, eventuelt i særlige institutioner. I specialeopgaver på DPU (Ejdrup 2004 og Ulriksen 2005) og udviklingsprojekter på CVU'ere er der indsamlet data fra visse dele af landet. Indtrykket er, at kun få elever henvises alene på baggrund af vanskeligheder i matematik, og at mange elever kæmper med at opnå forståelse og opøve færdigheder uden at få passende støtte. Men indtil videre har ingen påtaget sig ansvaret for at tilvejebringe dækkende beskrivelser, og ansvaret kunne vel naturligt høre under Undervisningsministeriet.

1. Ringe opmærksomhed

Der kan være flere grunde til, at området har været dømt ude. Kan det tænkes, at en af grundene er, at matematikområdet ikke er så vigtigt? Hvis man nu kunne klare sig i uddannelse, i erhverv og som samfundsborger uden at kunne regne ret meget og uden at kunne forstå og bruge ret meget matematik, og hvis matematik ikke bidrog til almendannelse, jamen så kunne al videre overvejelse om særlige tiltag stoppes helt! Engagement og tid til særlige tiltag, kunne eleverne så i stedet for bruge på at udvikle andre livsnære kompetencer og indsigter. Nogle vil her tilføje, at lommeregnere og andre teknologiske hjælpemidler er med til at overflødiggøre det enkelte menneskes regnemæssige og matematikmæssige kompetence.

1.1 Matematikområdets væsentlighed

Hvilke begrundelser, som man ser for at mennesker dygtiggør sig i matematikområdet, er afgørende for synet på matematikvanskeligheder. Matematikvanskeligheder findes ikke i nogen ren og isoleret form, men altid i relationer til andre mennesker, situationer og sammenhænge. Det er ikke i sig selv problematisk og en matematikvanskelighed for en ung eller voksen ikke selv at kunne aflæse og forstå en busplan. Det bliver det kun i den udstrækning bustransport er påkrævet eller giver dig nye udfoldelsesmuligheder, og kun i den udstrækning aflæsning og forståelse ikke afbødes med brugbare teknologiske hjælpemidler eller med støtte fra andre mennesker. Det er ikke i sig selv problematisk og en matematikvanskelighed på en arbejdsplads eller for en elev i 8.klasse ikke at kunne forstå og anvende koordinatsystemer. Kun i den udstrækning det anses for væsentligt, udvider dine muligheder og ikke afbødes eller kompenseres. Det er ikke i sig selv problematisk og en matematikvanskelighed for en elev i 5.klasse ikke at kunne forstå og anvende multiplikation; kun i den udstrækning …. Osv. Osv.

Efter min vurdering rummer matematikområdet nogle komponenter, der er væsentlige for alle, og som udvider mulighederne for at opfatte og agere i den ydre verden, som den er i dag, og i den indre tankeverden. Der er matematikholdige kompetencer, som i dag og fremover er afgørende i dagligdag, undervisning og beskæftigelse, ligesom området rummer elementer for dannelsen. I internationale samarbejdsfora som EU, OECD og FN er der voksende konsensus om, at matematikområdet har gennemgribende betydning for samfund og individ. Det har betydning for den tekniske, økonomiske og forvaltningsmæssige udvikling af samfundet, og det har betydning for menneskers oplevelser, forståelser og deltagelse i civilsamfund, i det private og politiske liv og i arbejdet. Betydningen nærmer sig betydningen af læsning. Når det kommer til den nærmere forståelse og beskrivelse af, hvad det så er for nogle matematikholdige kompetencer, der er afgørende, og med hvilke elementer de kan konstitueres og beskrives, så pågår der diskussioner. Det er til diskussion, hvilke termer og definitioner der bedst angiver, hvad der er væsentligt for alle: Er det matematiske færdigheder, numeracy, numeralitet, livsmatematik, hverdagsmatematik, kvantitativ literacy, mathematical literacy eller skal man hellere tænke det som en komponent indeni literacy? Det er til diskussion, hvilke kvaliteter menneskers matematikviden og færdigheder skal have for at være relevante, brugbare og tjene dannelsesmæssige mål for alle. Det er også til diskussion, hvad der er gennemgribende for alle, og hvad der er mere grundlæggende end andet.[1]

Budskabet fra den internationale diskussion er efter min vurdering, at der under de nævnte diskussioner er konsensus om, at matematikområdet rummer elementer, der er væsentlige for alle. Man kan få et indtryk af, hvordan det internationalt formuleres, gennem dette eksempel fra en tyrkisk sammenhæng (Durgunoglu og Öney, 2000), hvor det formuleres, at kvinder der deltager i voksenundervisning i Istanbul »like millions of adult literacy program participants all over the world (…) need basic mathematics skills to participate effectively in society. They need to interpret and process large amounts of numerical information. Although the particular mathematical skills may differ from culture to culture and from context to context, basic skills such as identifying numbers, using measurements, understanding graphs, and solving problems are high on the list of skills everyone needs to master.«

Hvis matematikområdet indtil nu har været dømt ude af specialundervisning, fordi området ikke er tilstrækkelig væsentligt for alle, så er denne begrundelse ikke længere holdbar. Sammenlignet med tresserne, hvor jeg var skolebarn, så giver nutidens samfund og udfordringer for menneskeheden behov for, at flere lærer mere og længere, og for at matematikområdet har en plads heri. Det er vel også erkendelsen af væsentlighed, der gør, at der i 10. klasse ud over den obligatoriske undervisning i dansk, matematik og engelsk kan tilbydes yderligere undervisning i disse fag som tilbudsfag med henblik på at kvalificere eleven til at aflægge Folkeskolens Afgangsprøve i fagene (Vejledning om folkeskolens indsats over for elever, hvis udvikling kræver en særlig hensyntagen eller støtte), og hvor deltagelse i en sådan ekstra undervisning beror på elevens eget valg og ikke kræver henvisning af eleven i henhold til bestemmelserne om specialundervisning. Matematik udpeges også sammen med dansk som de to eneste fag, hvor der ikke kan ske fritagelse, mens der kan ske fritagelse for andre fag, hvor en funktionshæmning på afgørende måde hindrer eleven i at få udbytte af undervisningen i faget.

I den internationale politiske interesse i matematikholdig kompetence som væsentlig for alle, er begrebet nøglekompetence centralt. Mens kompetence her defineres som en sammenhæng af viden, færdigheder og holdninger, så beskrives *nøgle*kompetence ud fra dens brede betydning som funktionel i mange sammenhænge, og som væsentlig for at begå sig i vidensssamfundet ved at støtte personlig udvikling, social inklusion, aktivt borgerskab og beskæftigelse. Bent Andresen (2003) taler om, at kulturteknikkerne 'læse, skrive, regne og it' bruges i mange sammenhænge, men med to kvalitativt forskellige funktioner. På den ene side er konkret brug af kulturteknikken forudsætning for at løse en afgrænset opgave i undervisningen i andre fag eller i hverdagen, og på den anden side er brug af kulturteknikken forudsætning – sammen med meget andet – for at tilegne sig andre kompetencer. Andresen formulerer sin skelnen med udtrykkene *til at* og *for at*: Elever »anvender kulturteknikkerne *til at* læse informationer, skrive tekster, beregne, benytte computere og arbejde med engelsksprogede udtryk«, og de »gør det *for at* udvikle kompetencer, som gør dem i stand til at mestre dét, vi kalder livet. Elevers beherskelse af kulturteknikkerne er forudsætninger for deres læring og øvrige kompetenceudvikling.« Således bliver matematik som nøglekompetence noget, der kan åbne for andre kompetencer og for deltagelse og selvværd.

1.2 Undervisningen skaber vanskeligheder

Kan det tænkes, at teorier og grundlæggende tankesæt om matematikvanskeligheder kan have været baggrund for, at særlige initiativer for elever med matematikvanskeligheder har været dømt ude? Når nu matematikvanskeligheder ikke findes i nogen ren og isoleret form, men altid i relationer til andre mennesker, situationer og sammenhænge, så kan det ligge lige for at have som grundlæggende tankesæt, at matematikvanskeligheder eksisterer og opstår i matematikundervisning, der ikke fungerer optimalt, og at ingen elever ville være i matematikvanskeligheder i en god matematikundervisning. Dermed kunne al videre overvejelse om særlige tiltag stoppes helt! Der måtte (blot) skabes en god matematikundervisning, og måske skal (blot) læseplanen ændres? Det var en tankegang, der lå under revisioner af folkeskolens læseplan efter tressernes ny matematik, og det lå også under den aktuelle revision af HF-læseplanen. Måske skal (blot) undervisningsmetoder ændres og med passende differentiering? Eller måske skal (blot) den generelle opfattelse af elever og elevers læring ændres? Mente man desuden at kunne udpege, hvad denne gode matematikundervisning bestod af, ja så måtte man hellere bruge tid og kræfter på at implementere denne gode matematikundervisning i praksis.

Der kan samles mange historiske og aktuelle citater, der støtter synspunktet om, at matematikvanskeligheder skabes af matematikundervisningen.[2] Går vi tilbage til halvfjerdserne var der et temanummer i 1978 i 'Matematik', Danmarks matematiklærerforenings blad, med titlen »Specialundervisning i regning/matematik«. Temanummeret er naturligt nok præget af efterdønningerne fra den ny matematik. I beskrivelser og overvejelser fra særlige tiltag – organiseret som ændret normalundervisning eller for sig selv – kan man læse en bekymring over, at reformen ikke i praksis lever op til forventningerne, og at den tilmed forårsager matematikvanskeligheder. Man kan læse, at der er opstået usikkerhed som følge af ny matematik. »Processen (…) har kostet noget: Børn er blevet tabt i en usikker og uprøvet undervisningssituation«, og også lærere, forældre og skolepsykologer har haft grund til at føle sig svigtet. Det fremføres, at alene ambitionen i reformen om at bevæge matematikundervisning fra at være færdighedsorienteret til en begrebsudviklende og forståelsespræget undervisning i et åbent problemløsende fag, må bevirke, at forskelle i børns evner, anlæg og socialt betingede forskelle træder tydeligere frem (s. 5-7). Forskelle mellem elever i matematikundervisningen naturliggøres også, når det påpeges, at nogle elever bare lærer langsommere end andre, ligesom det fremføres, at »en elev som ikke kan gange i femte klasse har kun de problemer vi giver ham« (s. 79). Der peges også på, at de særprægede formkrav kan være årsag til matematikvanskeligheder, og der åbnes for, at det er fuldt ud tilstrækkeligt, at en elev fx ved, at 8 plus 5 er 13. Eleven skal ikke påduttes at have vanskeligheder, selv om han/hun ikke kan opskrive det fx som $8+5=8+(2+3)=(8+2)+3=10+3=13$. Der åbnes også for, at en elev kan forstå og bruge matematiske begreber (fx vinkelret på en linje) uden at kunne formulere sig med særlige matematisk symboler.

Temanummeret rummer temaer, som stadig er lige væsentlige: Formmæssige krav som bremseklodser for elevers matematiske udvikling, og ønsker om at beholde eleverne i klassen og tilpasse undervisningen til de aktuelle elever, ligesom der i en artikel af Oluf Magne peges på, at diagnoser må bruges til at indikere, hvordan eleven gives de bedste betingelser for at lære, samtidig med at eventuel negativ stempling må undgås. Men der er i temanummeret en gennemgående opmærksomhed på at undgå en overdiagnosticering, som kan have medvirket til den ringe opmærksomhed mod matematikvanskeligheder. Når der omtales samarbejder med skolepsykolog, så betones faglærerens indgående kendskab til eleven og undervisningens dagligdag som noget, der kan forbedre dialogen mellem elev og skolepsykolog, og som kan kvalificere skolepsykologens test af eleven. Det står mere uklart, hvad skolepsykologen egentlig bidrager med.

For mig at se er der al mulig grund til at udøve kritiske blik på matematikundervisningens teori og praksis, dengang som nu. Men der er samtidig risiko for at lade elever og lærere i stikken, hvis det bliver ved denne kritik og dens mulige afværgedagsordener, og hvis man lader sig nøje med at afvente fornyede læseplaner og andre generelle udviklinger. Svenske undersøgelser over tre tiår viser, at læseplansændringer ikke nødvendigvis har indflydelse på andelen af elever med vanskeligheder (Engström og Magne, 2003, 2006). Man skal selvfølgelig udvikle læseplaner, når skolesyn og fagsyn inviterer til det, og den politiske sfære åbner for det, men de svenske erfaringer peger på, at kun med et eksplicit, fokuseret ønske om at influere på elevers oplevede vanskeligheder, som der følges op på, kan man nære forhåbninger om, at det vil berøre andelen af elever med vanskeligheder. Det isolerede kritiske blik mod matematikundervisningens indretning er sympatisk, men idealistisk, i og med at det negligerer spørgsmålet om, hvorvidt og hvordan generelle og specifikke matematikvanskeligheder kan mødes med særlig tilrettelæggelse og kan anskues bredt. En bred anskuelse omfatter – udover det didaktiske om undervisningens indhold og tilrettelæggelse – også psykologiske, sociologiske og kognitive/neurologiske forhold, der alle rækker udover selve matematikundervisningen.

1.3 Særlige tilrettelæggelser er kritisable

Kan det tænkes, at matematikområdet er dømt ude, fordi man har opdaget, at undervisningen i særlige tiltag var ringe, eller at effekten af tiltagene var ringe? Hvis man nu havde undersøgt effekter af forskellige former for tiltag, og hvis man dermed havde fundet ud af, at ingen af de hidtil udviklede idéer var frugtbare, jamen så skulle man nok give området et særligt check! Bestemmelser og vejledende dokumenter pointerer, at enhver pædagogisk-psykologisk beskrivelse af en elev tager sit udgangspunkt i elevens ressourcer og potentialer, og at der udpeges og rådgives om, hvilke faktorer i organisering og gennemførelse af undervisningen som virker fremmende henholdsvis fastholdende i forhold til elevens udvikling. Der sigtes mod at belyse eleven alsidigt med hensyn til faglige, personlige og sociale kompetencer med henblik på at yde skolen, elev og forældre rådgivning om tilrettelæggelse og indhold i en undervisning, der kan tilgodese elevens særlige behov og forudsætninger. Men det sikrer jo ikke, at det lykkes i praksis, eller at vellykkede tiltag kan virkeliggøres.

Der kan findes mange citater – historiske som aktuelle – der demonstrerer en bekymring hos matematikundervisningens professionelle for, om de tilbud, der etableres, nu også er hensigtsmæssige: er det nu også det rigtige indhold, og er det nu også de rigtige metoder, der anvendes? Der udtales bekymring for, at undervisning i, hvordan man gør, når man regner (det kan kaldes procedureregning), fylder for meget. Der er bekymring for, at det individuelle overbetones, og det sociale med samtaler og samarbejder negligeres. Der er bekymring for, om undervisere i særlig tilrettelagte tilbud er fagligt og fagdidaktisk kvalificerede, og for om de er opdaterede. Bent Lindhardt skriver således i artiklen *Giv dem en tanke* ud fra egne erfaringer med specialundervisning i matematik i folkeskolen, at nogle børn med særlige behov i matematik fra deres oplevelser i matematikundervisningen »havde opbygget en så stærk negativ og afvisende holdning over for faget, at den blokerede for al indsigt, »og at det »gik op for mig, hvad mange har bekræftet siden hen, at hovedparten af de lærere, som bestred jobbet som støtte i matematik ikke havde undervisningserfaring ej heller uddannelse eller for den sags skyld fulgte udviklingen af skolefaget matematik … Det var typisk læsepædagoger« (Lindhardt 2003, s. 11-13).

Der findes blandt nogle matematiklærere en opfattelse af, at de fleste særlige tiltag er præget af træning af grundlæggende talbehandlingsfærdigheder inden for (nogle af) de fire regningsarter. Der findes som nævnt ingen dækkende nationale beskrivelser, men Flemming Ejdrups undersøgelse på en efterskole og fire folkeskoler med en centerklasse med vidtgående specialundervisning kan ikke bekræfte dette (Ejdrup, 2004). Til gengæld støtter undersøgelsen, at lærere i specialundervisningen i matematik er indbyrdes meget forskellige, hvor nogle er uddannede dansklærere, og andre er uddannede matematiklærere, at engagementet er meget højt nogle steder, og at området prioriteres og varetages meget forskelligt på de enkelte skoler og også spiller forskelligt sammen med ordinær undervisning. I en centerklasse med vidtgående specialundervisning, hvor eleverne nok vanskeligt lader sig rumme selv i en rummelig folkeskole, er undervisningen bygget op som en række små skridt i en lineær progression med anskuelsesundervisning samt en del adfærdsregulering. Der er ingen anvendelsesorientering i centerklassen, og det må vække bekymring. For hvordan kan man forestille sig, at eleverne selv skal kunne transformere deres beregninger i matematikundervisningen på rene tal til anvendelser i andre fag og til hverdagens gøremål? Til gengæld fremhæves det på tre af skolerne, at det er vigtigt at inddrage »elevernes konkrete verden«, »nyttige emner« og andet, der kan beskrives som livsmatematik og oparbejdelse af numeralitet. Der er også eksempler på, at elever styrkes i at være selvstændigt agerende, at der evalueres formativt, og at der er stor påpasselighed med at lade dialoger med Helle Alrøs begreber blive »afklarende, undersøgende og reflekterende og ikke som gættelegen belærende, forhørende og overbevisende.« (Alrø, 1998, s. 93).

Sådanne alsidige tiltag stiller store udfordringer for underviserne med krav om undervisernes kulturelle åbenhed og rummelighed og indholdsmæssige engagement. I et projekt i CVU-Nordjylland, der er rapporteret i Nielsen m.fl. (2005), tyder videooptagelser på, at det har betydning for støtten til eleven, at læreren erkender, hvordan hverdagsorientering giver mening for eleven, hvordan konkrete materialer konkretiseres af eleven, og hvordan lærerens egen omgang med hverdagstal kan være knyttet til egen økonomiske formåen og egen livsform, som ikke nødvendigvis ligner elevens familie. Vi har observeret, at hverdagsorientering har potentialer til at fastholde elevernes opmærksomhed om læringssituationen, men også at opmærksomheden er skrøbelig: selv enkelte bemærkninger fra læreren kan betyde, at eleven falder mentalt ud, stopper med at deltage, fysisk falder tilbage og hænger ud over stolen. Det kan være bemærkninger, hvor læreren sætter spørgsmålstegn ved nogle købspriser, som eleven efter lærerens opfordring bringer med sig fra sin egen families hverdag, og det kan være beslutninger om ikke at regne videre på elevens eget overslag, men på lærerens eget. Det synes som om enkelthændelser – som fx bemærkninger fra læreren – på et splitsekund kan slukke for den interesse, der er etableret hos eleven gennem elevens egne tal hjemmefra og egne overslag. Fra at eleven har oplevet at være i dialog om hverdagens tal og matematik bliver det til en oplevelse af, at læreren ejer tallene og fremgangsmåderne.

2. Fornyet opmærksomhed

I OECD's review af den danske folkeskole (Mortimore m.fl., 2004) beskrives der stærke og svage sider ved skolen, og der fremlægges anbefalinger. Der fremsættes forslag om, at der iværksættes indholdsmæssige initiativer over for elever i matematikvanskeligheder, og det sker på baggrund af bekymring for »det tilsyneladende fravær af en systematisk uddannelse i læsning og regnefærdigheder for børn med indlæringsproblemer. (…) Der er (…) behov for en vis form for specifik uddannelse i talforståelse, som gør mere end blot at gentage de indlæringsmetoder, som allerede har vist sig at være ineffektive for elever med indlæringsproblemer. Vi anbefaler, at Kommunernes Landsforening gennemgår programmet for efteruddannelse med henblik på at sikre, at tilstrækkeligt mange lærere tager en efteruddannelse, så de bliver rustet til at tage sig af elever med særlige behov for almindelig specialundervisning.« (s. 145)

I en status 2001 skriver Lene Østergaard Johansen: »Der har i Danmark i de senere år været en voksende opmærksomhed på matematikvanskeligheder. Folkeskolelærere oplever og viser et stigende behov for at få større indsigt i, hvilke specifikke matematikvanskeligheder eleverne kan have og bud på, hvorledes de kan hjælpe den enkelte elev til at overvinde eller kompensere for deres vanskeligheder. Den voksende opmærksomhed ses på antallet af tilmeldinger til efteruddannelseskurser med matematikvanskeligheder på dagsordenen, samt en generel efterspørgsel efter flere af den slags kurser.« (Johansen, 2002, s. 50). Man kan også aflæse den gryende erkendelse af, at der bør gives mere opmærksomhed til matematikvanskeligheder, i at der ved revision i 2003 af undervisningsvejledningen i Fælles Mål for første gang er indføjet et afsnit om matematikvanskeligheder, i at der i revisionen af læreruddannelsen 2007 sker en styrkelse af den specialpædagogiske dimension i uddannelsen, og i at matematikvanskeligheder bliver en obligatorisk del af matematikfaget i læreruddannelsen og er en del af læreruddannelsen til FVU-matematiklærer. I undervisningsvejledningen fra 2003 må man dog ty til norske tal i mangel på danske undersøgelser, når det nævnes, at mellem 10 og 12% af eleverne i grundskolen har så store vanskeligheder med matematik, at de har brug for specialpædagogisk støtte; men over 15% af eleverne har vanskeligheder ved at løse mere sammensatte opgaver i matematik.[3]

Med til den stigende opmærksomhed hører også, at bogen *Der er mere end ét svar: matematik og specialundervisning* udkom i 2006 som den første danske bog i mange år på området (Hansen m.fl.), og at der for første gang er et dansk ph.d. projekt i gang på området. Det står Troels Lange, CVU MidtVest for på Aalborg Universitet, Institut for Uddannelse, Læring og Filosofi, og titlen er *Børns oplevelse af at være i matematikvanskeligheder.*

3. Styrkelse af samarbejdet om regnehuller

En selvkritisk opfattelse af, at matematikvanskeligheder også skabes i matematikundervisningen og derfor også (delvist) kan løses her, udelukker ikke lydhørhed over for andre typer ekspertiser, f.eks. ekspertiser hos psykologer. Når matematikvanskeligheder ikke ses isoleret, men i relationer til andre mennesker, situationer og sammenhænge, så er der stort behov for forskellige typer ekspertiser. Der er behov for stadige nyvurderinger og eksemplificeringer af væsentlighed, som ligger udover matematikundervisningen selv, og som også ligger udover skolen. Der er også behov for begreber der kan rumme flere ekspertiser, og hvor det psykologiske, sociologiske, didaktiske og kognitivt/neurologiske kan indgå – ikke som forskellige kasser – men som forskellige samarbejdende perspektiver.

I den sammenhæng har jeg i et samarbejdsprojekt med Frederiksberg Seminarium og Henning Bøttger, Grete Kvist-Andersen og Peter Weng arbejdet på at udvikle begreber om det, vi betegner som 'regnehuller'. Hermed forsøger vi at støtte en opfattelse af, at matematikvanskeligheder ikke er totale, men at det faglige indhold i vanskelighederne afgrænses og præciseres, og at der er 'noget rundt om' som potentialer for, at mere kan lykkes. Vi sigter mod en konkret, detaljeret og uddybet beskrivelse med fokus på det faglige indhold af vanskelighederne, så der kan samtales og handles konkret, og så den indsigt om det matematikholdiges væsentlighed, som de nye kompetencebegreber er udtryk for, kan udnyttes i skolen. Det bekræftes i undersøgelse på undersøgelse, at læring, vanskeligheder og læringsudbytte i et område som tal og aritmetik består af komponenter, og at der er stor variation mellem vanskeligheder vedrørende forskellige komponenter fra elev til elev. Se f.eks. hos Anne Dowker (2004), som holder et af plenumforedragene 7.-9. november 2007 i Vaasa, Finland, på *4th Nordic Research Conference on Special Needs Education in Mathematics*. Ingen kan ingenting. Enhver kan noget, men hvad det består af, må afklares individuelt. Undersøgelser om aritmetik bekræfter, at præstationer, dygtighed og vanskeligheder til en vis grad udgør et kontinuum, og at der desuden findes særlig belastende og bestandige vanskeligheder, der synes at hænge sammen med problemer med opfattelsen af talstørrelser. Og det beskrives som problemer i 'the number module' og som problemer med 'subitising', det umiddelbart at opfatte fire sodavand som fire styks, uden at behøve at tælle dem med tælleremsen en, to, tre, fire. Selv om der i øvrigt hos elever ses et utal af kombinationer af komponenter, som mestres mere eller mindre godt, og at kombinationerne ikke kan hierarkiseres, så er der et gennemgående resultat: Det gennemgående resultat er, at elever der vedbliver relativt længe med at tælle med en tælleremse og ikke – af sig selv eller udfordret hertil – danner andre billeder af talsammenhænge, kan ganske vist præstere gennemsnitligt i de små klasser – og derfor opdages det måske ikke – men som tendens præsterer disse elever relativt lavere og oplever relativt flere problemer de følgende år. Derfor kan man anbefale en tidlig observation heraf, og en eventuel tidlig indsats. Her ser det ud til, at den åbne tallinje er en illustration, som elever kan støtte sig godt til, og at den åbne tallinje desuden kan være et godt tankeværktøj gennem hele skoleforløbet.

3.1 Fyld op, gå udenom eller ovenover!

Med begreber om regnehuller ønsker vi at pointere, at man kan gøre noget andet end at fylde hullerne op, for der åbnes muligheder for også at gå udenom eller for at lægge brædder henover og arbejde med hullet ved at vandre på disse brædder. Vi mener fx, at alle bør tilbydes tilpassede muligheder for at kunne skabe sig en vis fornemmelse for hvad procenter er, og indgå i visse aktiviteter med procenter. Det er ikke hensigtsmæssigt, hvis det bliver organiseret som en forudsætning, at før man kan fornemme noget som helst om procenter, skal man kunne dividere og gange. Procentfornemmelse indgår for mig at se i sig som en del af matematikholdig nøglekompetence for alle. For en elev, som ikke har forudsætninger i divisions- og multiplikationsfærdigheder, når klassen eller holdet i øvrigt begynder arbejdet med procent, vil det være uhensigtsmæssigt, hvis hullet først skal fyldes op med læring og træning af division og multiplikation, inden eleven kan få adgang til at starte på at opbygge et procentbegreb. At hindre elevens videre læring i matematik er problematisk, men dog afgrænset, mens det er voldsomt mere problematisk, hvis en mangel på procentbegreb, hvor præliminært det end vil være, kan belaste læring i andre af skolens fag og områder og kan belaste deltagelse i hverdagen. At arbejde med visuelle, fysiske eller narrative værktøjer med henblik på at eleven kan opbygge en vis sans for procenter, er et eksempel på at bygge bro henover regnehullet i stedet for at fylde hullet op. Der er risiko ved fylde-op-strategien, for hvis det nu ikke lykkes at fylde op, kan man dermed være afskåret fra en alderssvarende beskæftigelse med procenter.

3.2 Matematikvanskeligheder er en tilstand

Vi tilstræber med begreber om regnehuller at støtte en fokuseret opmærksomhed mod vanskeligheder. For at undgå at vanskeligheder overses eller negligeres, må de kunne italesættes, og der må kommunikeres om dem. Matematikvanskeligheder bliver med begrebet regnehuller begrebssat som en tilstand, en elev kan være i. En tilstand som opleves som stilstand, og som kan fastholdes, ved at skolen mangler ressourcer til at afhjælpe tilstanden. En tilstand som kan have affektive følger og give anledning til tab af selvværd og motivation for fagområdet. Som tilstand er matematikvanskeligheder ikke lokaliseret begrænset hos få elever, fx hos de få elever, der præsterer lavt ved test, eller hos de få som læreren på anden måde bemærker ikke honorerer skolens forventninger. Metaforen »regnehuller« angiver en dobbelthed: Dels knytter de sig til de vanskeligheder, regnehuller, som alle elever af forskellige årsager og på forskellige niveauer kan komme ud for i deres læring af matematik som stilstand i læreprocessen. Dels omfatter metaforen de huller, som elever falder i, og i nogle tilfælde ikke kommer op af igen, der opstår på baggrund af undervisningen. Det vil sige, at udgangspunktet ikke er eleven, men de vanskeligheder, som eleven møder med matematiske begreber og processer i det matematiske landskab. Det er vanskelighederne, vi giver navn og sætter på begreb, ikke eleven.

3.3 Regnehuller – et pragmatisk begreb

Vi anser regnehuller for at have pragmatisk værdi som en god metafor for lærerens opmærksomhed mod alle eleverne i en inkluderende skole, og en god metafor for lærerens og psykologens opmærksomhed mod elever i særlige vanskeligheder. De erfaringer, man kan gøre sig om det enkelte barns vanskeligheder i mødet med regnehuller, kan blive både en inspiration og en ressource for den generelle undervisning og den særligt tilpassede. Regnehuller er et pragmatisk begreb, hvor årsagsforklaringer og risikofaktorer kan være oplysende og bidrage til at undgå uhensigtsmæssige tilpasninger, som ikke har effekt. Men årsagsforklaringer og risikofaktorer kan ikke stå alene, og man må stille sig kritisk over for deres pragmatiske værdi og relationelle potentiale. Elever må hver især og sammen gives tilpasset mulighed for at manøvrere i, over og omkring deres regnehuller i det matematiske landskab. Det gælder både elever, der med medicinsk/neurologiske termer har besvær med perception af antal, koncentration, automatisering eller visualisering, har svag korttidshukommelse, svag genkaldelse og brug fra langtidshukommelse eller er ordblinde. Det gælder elever, der med psykologiske termer har problemer med motivation og strategiopbygning, har uhensigtmæssig fagopfattelse eller blokerer. Det gælder elever, der med sociologiske termer har hverdagserfaringer, opbakning og kulturel og sproglig baggrund, der ikke matcher skolens forventninger. Det gælder også elever, der med didaktiske termer har haft undervisning, der ikke er tidssvarende.

Med et regnehulsbegreb er der fokus på muligheder for at kompensere for vanskelighederne, som de viser sig konkret i form af regnehuller, uanset om deres oprindelse kan tilskrives neurologisk/kognitive, psykologiske, sociale eller didaktiske baggrunde. Det er ikke typen af tilskrivning, vi opholder os ved, men analyse af vanskelighedens faglige indhold for eleven og af handlinger til at støtte, at oprindelse og risikofaktorer ikke får en negativ indflydelse på matematiklæring. Eksempelvis må en elev med usikker brug af strategi ikke bremses, men må gives mulighed for at fortsætte sin matematiske læreproces med den usikre strategibrug som sit nuværende udgangspunkt. Sideløbende må der oplagt støttes op om en decideret udvikling af strategibrug. Og dette kan matematiklæreren og psykologen bedst tilvejebringe ved at samarbejde deres forskellige ekspertiser. Eksempelvis må en elev der bedst lærer med tydelige forventninger og struktur, kunne tilbydes klare strukturerende støttepiller ud fra en grundig lærerplanlægning, og med et fagligt indhold, der peger fremad og ikke fastholder eleven i tælleremser. Det tilvejebringes bedst i et samarbejde mellem matematiklærer og psykolog. Eksempelvis må en elev i koncentrationsbesvær ikke bremses af det, men støttes i at holde koncentrationen i meningsfuld beskæftigelse med matematik. Det tilvejebringes bedst i et samarbejde mellem matematiklærer og psykolog. Osv. Osv.

Når modersmålet ikke er dansk

Specielt for elever fra familier, hvor dansk ikke er familiens modersmål, må det sikres, både at sproget ikke udgør en barriere for matematiklæringen, og at matematiklæringen bidrager til sproglig læring. Her nærer jeg en vis bekymring over, hvordan begrebet 'førfaglige udtryk' fortolkes. Begrebet defineres af Jørgen Gimbel med en deskriptiv definition i en mindre undersøgelse med 32 elever (Gimbel, 1995). Fra lærebøger har Gimbel udvalgt 90 ord, hørende til de faglige domæner. Ordene udsendes til 3 lærere, som afmærker ord de vil forklare for en klasse med danske elever. Tilbage er 50 ord, og det er disse 50, der betegnes som førfaglige udtryk. Begrebet står således for de ord, som lærere forudsætter, er kendt for eleverne, og som lærere derfor ikke fokuserer på i planlægning og gennemførelse af undervisning. Det er altså ikke et begreb, der er knyttet til nogen faglig analyse, og det er ikke knyttet til elever. Det er et begreb, der knytter sig til læreres forståelse, og med betegnelsen førfaglig naturliggøres denne forforståelse, mens elevers sproglige horisont problematiseres. Hvad angår matematik og de såkaldte førfaglige udtryk er der en ekstra krølle: med betegnelsen risikerer man at støtte et fagsyn om, at tekstopgaver i matematik er iklædt en sproglig beskrevet sammenhæng, som skal klædes af for at komme til det *egentlig* faglige, fx at finde nogle tal og finde nogle regneoperationer, så man kan beregne et talmæssigt facit, og så er den opgave færdigbehandlet. Men hvis matematikholdig kompetence skal være nøglekompetence, så indgår den med henblik på også at lære andet om verden og med henblik på også at danne sig andre kompetencer. Og så er forståelse af den sproglig beskrevne sammenhæng ikke blot en forudsætning for at nå til matematikken, men matematikken er også et middel til at komme til at forstå og agere i den sprogligt beskrevne sammenhæng. Når den ikke blot er aktivitetens forudsætning, men også dens retning, åbner matematik her for sproglig læring, og Gimbels førfaglige sproglige udtryk er lige så meget 'faglige' og 'efter-faglige', som de er 'før-faglige'. Med et regnehulsbegreb må det sikres med de nødvendige midler, at den dansksprogligt beskrevne situation, der skal beregnes og problembehandles i, begribes af eleven; at man søger efter at udnytte mulige særlige potentialer i sproget, som eleven behersker, og i elevens øvrige erfaringsverden, samt at man søger at sikre, at matematiklæringen bidrager til sproglig og anden-faglig læring.

Jørgen Gimbels undersøgelse viser, at dansksprogede elever forstår disse ord i langt højere grad end andetsprogselever. Men heller ingen dansksprogede forstår alle ord, og der er stor spredning. At gøre noget mere aktivt i undervisningen i forhold til disse udtryk vil altså også gavne dansksprogede elever, ligesom det for alle elever vil være relevant at udtrykkene også opfattes som faglige og efter-faglige.

4. En illustration fra voksenundervisning om matematik som indgang

Fra 2003 har der i Brønderslev været opslået et hold i forberedende matematikundervisning for voksne, FVU-matematik, med løbende optag siden, og hvor de fleste deltagere har erfaring fra specialundervisning i matematik i deres skoletid[4]. FVU-matematik kan man gå til flere gange, hvis det skønnes relevant, og det skønnes, at man kan få udbytte af undervisningen, og sådan er det for deltagerne på dette hold. I samråd med underviseren kan man undlade at indstille sig til prøve, og det er først, når man indstiller sig til prøve og består prøven efter henholdsvis trin 1 og trin 2, at man taber berettigelsen til at følge undervisningen på trinnet. De fleste på holdet i Brønderslev har bestået trin 1 eksamen første gang de indstillede sig til prøve, mens kun en deltager har bestået trin 2. Det at bestå en officiel eksamen med en national prøve udstedt fra Undervisningsministeriet opleves som meget værdifuldt af de voksne deltagere, og som noget de er berettiget stolte over.

Undervisningen er tilrettelagt med tydeligt udgangspunkt i deltagernes daglige erfaringer igennem det liv, de har levet indtil nu, hvor deltagerne er mellem 30 til 50 år. Hvad angår relationer mellem sprog og læsning på den ene side og matematik på den anden side, så har deltagerne her meget ringe læseforudsætninger, og af den grund vurderer underviser og skoleleder Henning Jørgensen, at det netop er produktivt at starte med matematik. Sproglige og læsemæssige kompetencer får ikke lov til at fungere som en forhindring for at komme seriøst i gang med at udvikle sine matematiske kompetencer – tværtimod er matematiklæringen en indgangsbillet til øvrige kompetencer.

I undervisningen udnyttes deltagernes livserfaringer. Selv om man ikke læser, så fungerer man i hverdagen med matematiske komponenter, og jo længere liv man har levet, jo mere er der at bygge læringen på. Selv om det for nogle er få matematiske færdigheder og indsigter de har, så er de faktisk blevet udnyttet og er blevet udviklet i hverdagslivet. Nogle af deltagerne formulerer det på den måde, at en del af deres erfaringer, der har med matematik at gøre, »har været dyrekøbte«, og i undervisningen har de været motiverede for at lære både af fejl og succeser fra livet. Indholdsmæssigt har mange af deltagerne en opfattelse af multiplikation som gentagen addition, og når de ikke kan overskue tallene, så kan de ikke gange. Mange deltagere bruger fordobling eventuelt gentagen fordobling – uden dog at betegne det som fordobling. Skal man så i undervisningen fx multiplicere 4 x 3,95 kr., så starter de med at have 4 stk. frugt og et prisskilt på 4 kr. og arbejder med det, som nogle af deltagere plejer at gøre: »4+4 = 8, 8+8=16, så det er næsten 16 kr.«. Underviseren opskriver denne metode som 4+4+4+4 og omskriver det til 4 x 4, hvilket er nyt for mange deltagere, og læreren demonstrerer – som ved mesterlære-læring – hvordan man kan anvende tabel eller lommeregner. Deltagerne bliver ikke presset eller opfordret til at lære gangetabeller udenad, men der er træning i at opfatte og i at anvende en opskrevet tabel, fx opskrevet som på bagsiden af gammeldags kladdehæfter. For nogle af deltagerne er det blevet et brugbart hjælpemiddel, og det har vist sig, at nogle lidt efter lidt udvikler en vis færdighed i hovedregning med tabel, og at nogle bevarer visse talfakta i deres hukommelse.

For mange mennesker uden matematikvanskeligheder er talfakta fra den lille gangetabel opsuget og indbygget i deres forståelse af division mellem to tal. Når man skal dividere 45 med 9, kan man så trække på en viden om at 9 gange 5 er 45, i fald man besidder netop denne faktaviden og kan aktivere den. Man kan med rette spørge, hvornår man i hverdagen skal dividere 45 med 9? Eller om det alene kommer til eksistens i undervisningssituationer? Og om hvordan man bedst forholder man sig til det, når man som forældre ønsker at kunne følge med og måske støtte sine børn i skolearbejdet? Uden for skolen kan man forestille sig denne problemstilling, som de har arbejdet med på holdet i Brønderslev: Hvad er billigst, hvis et stk. frugt koster 2,95 kr. og 8 stk. koster 20 kr.? Hvad kan bedst betale sig at købe, forudsat at også 8 stk frugt passer til individets eller hjemmets behov, og forudsat at der er 20 kr. i budgettet til frugt? Problemet kan løses med addition, som mange af deltagerne tilsyneladende kan bruge: man kan addere – eller evt. gange – og så prøve sig frem, fx med 2,95 = 3, 3+3=6, 6+6=12,12+12=24, og konklusionen er, at det er dyrere at købe frugten enkeltvis, og at man sparer noget ved at købe de 8 stk. Ved at arbejde med mange eksempler fra hverdagen og i fællesskab se på og diskutere, hvordan det kan beregnes, så kommer deltagerne nærmere til at forstå regningsarter, og de kommer til at træne brugen af regningsarterne. Også procenter, grader i vinkler, arealer og rumfang kan bringes ind på samme måde med tydeligt udgangspunkt i og hjælp fra deres erfaringer og uden nødvendigvis at »fylde op nedefra«. Undervisningen – der vel at mærke foregår i et system, hvor deltagerne får relativt mange undervisningstimer, og som varetages af en veluddannet og engageret matematiklærer – bliver således et eksempel på, hvordan matematik som nøglekompetence kan åbne for andre kompetencer og for deltagelse og selvværd, også for elever fra specialundervisning.

5. Afslutning

Efter min vurdering er vi ved starten af en periode med øget interesse for at forstå matematikvanskeligheder og for at tilpasse læreruddannelse og undervisningsinstitutioner med henblik på at støtte at flere elever udnytter deres potentialer for matematikfaglig læring. Dermed er det et godt tidspunkt til at satse på et tættere samarbejde mellem matematiklærere og psykologer, hvor begge parter bidrager

- til at udnytte dansk og international viden og erfaringer
- til at fokusere praktisk indsats og systematisere vidensudvikling
- og til at evaluere forskellige tilbuds indhold, hjælpemidler og effekt

7.-9. november 2007 afholdes i Vaasa, Finland, 4th Nordic Research Conference on Special Needs Education in Mathematics. Titlen er 'Different learners – Different math?' Se mere på http://www.vasa.abo.fi/pf/mathconf

Referencer

Alrø, Helle (1998): En nysgerrigt undersøgende matematikundervisning. I: G.B. Nielsen & J. Kongsted (red): *Matematik – der vil noget.* Forlaget Matematik.

Andresen, B. (2003). Elever der møder passende udfordringer lærer mere, s. 155-166 i K. F. Hansen & O. Hansen (red). *Skolens rummelighed – fra idé til handling*. Hæfte 4 i temaet Rummelighed i uddannelsessystemet. København: Undervisningsministeriet.

Bøttger, H.; Kvist-Andersen, G.; Lindenskov, L. & Weng, P. (2004). Regnehuller – new conceptual understanding. In: A. Engström (Ed). *Democracy and participation: a challenge for special education in mathematics: proceedings of the 2nd Nordic Research Conference on Special Needs Education in Mathematics,* p. 121-134. Örebro: Pedagogiska institutionen, Örebro universitet.

Dowker, A. (2004). *What works for children with mathematical difficulties.* Oxford: University of Oxford. Department for education and skills. Research report RR 554.

Durgunoglu, A.Y. & Öney, B. (2000). Numeracy Needs of Adult Literacy Participants – Learners' descriptions of their numeracy needs have a surprisingly strong emotional component. I web-tidsskriftet *Focus on Basics,* 4, B, September. National Center for the Study of Adult Learning and Literacy.

Ejdrup, F. (2004). *Elever med særlige behov i den rummelige folkeskole*. Speciale på Cand.pæd.-studiet i matematik, Danmarks Pædagogiske Universitet. [Findes i elektronisk form på www.dpb.dpu.dk]

Fælles mål – matematik (2003). Uddannelsesstyrelsens håndbogsserie. Nr. 10. Faghæfte 12. København: Undervisningsministeriet, Område for Grundskolen. Lokaliseret 1. december 2006 på World Wide Web: http://www.faellesmaal.uvm.dk/fag/Matematik/vejledning.html

Gimbel, J. (1995). Bakker og udale. *Sprogforum Tidsskrift for sprog- og kulturpædagogik,* (3), s. 28-34.

Engström, A. & Magne, O. (2006). *Medelsta-matematik III. Eleverna räknar.* Rapporter från Pedagogiska institutionen, 12. Örebro universitet.

Engström, A. & Magne, O. (2003). *Medelsta-matematik – Hur väl behärskar grundskolans elever lärostoffet enligt Lgr 69, Lgr 80 och Lpo 94?* Rapporter från pedagogiska institutionen, 4. Örebro universitet.

Hansen, H. C.; Jess, K.; Rønn, E. & Pedersen, B. (2006). *Der er mere end ét svar: matematik og specialundervisning*. København: Alinea.

Johansen, L.Ø. (2006). Dyskalkuli – er det et overset problem? *Specialpædagogik,* 6, s. 2-9.

Johansen, L.J. (2002). *Rapport fra det 1. nordiske forskerseminar om matematikkvansker*.

Lindenskov, L. (2006). Matematikvanskeligheder i inkluderende undervisning for børn, unge og voksne. *Nordic Studies in Mathematics Education* 11 (4), 65-95.

Lindenskov, L. & Weng, P. (2006). Regnehuller og addition, s.12-17. *Spesialpedagogikk,* 71 (4). Stavanger: Allservice As.

Lindenskov, L. & Weng, P. (2005). Matematikvanskeligheder og lavt præsterende elever i Danmark. *Matematik- og naturfagsdidaktik – tidsskrift for undervisere, forskere og formidlere MONA,* 2, s. 56-75. København: Danmarks Pædagogiske Universitet.

Lindhardt, B. (2003). Giv dem en tanke. *Matematik, 2.*[Temanummer: Elever med særlige behov].

Mortimore, P. et al. (2004) *OECD-rapport om grundskolen i Danmark.* (baggrundsrapport ved Mats Ekholm). Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie nr. 5. København: Undervisningsministeriet.

Nielsen, H.; Nielsen, R.R.; Westphael, H. og F. Ejdrup. (2005). *Projektrapport fra forsøgs- og udviklingsarbejdet To sider af rummelighed i matematik.*

Aalborg Seminarium. Lokaliseret maj 2007 på http://www.aalsem.dk/

Ulriksen, D. (2005). *Kritiske forudsætninger for matematiklæring*. (upubliceret speciale, DPU)

Vejledning om folkeskolens indsats over for elever, hvis udvikling kræver en særlig hensyntagen eller støtte. Lokaliseret maj 2007 på http://us.uvm.dk/grundskole/boernogungemedsaerligebehov/vejledninger

Noter

1 Fx arbejder det europæiske Grundtvig-projekt Mathematics in Action, MiA, med, hvordan grundlæggende problemløsning i hverdagssammenhænge indgår som en del af matematikholdig kompetence for alle (se mere på www.statvoks.no/mia)

2 Fornemmelsen af, at uddannelse og undervisning skaber problemer for folk, er udtrykt sådan af en deltager i voksenundervisning om matematiske problemer: Jeg har rigeligt med problemer i mit liv, jeg kommer ikke her for at få flere problemer, men for at få hjælp til at løse nogle af mine problemer.

3 De 10-12 % stammer så vidt jeg kan se fra Ostad, S.A. (1999). *Mathematical difficulties. Studies of learner characteristics in developmental perspective*. Oslo: Department of Special Needs Education, University of Oslo. De over 15 % stammer så vidt jeg kan se fra Knudsen, G. (1999). *Kartlegging av grunnkurselevers manglende matematikkferdighet og holdninger til matematikk*. Oslo: Universitetet i Oslo, Institutt for spesialpedagogikk.

4 Beskrivelsen bygger på samtaler med kursusudbyder og underviser Hennning Jørgensen.

Lena Lindenskov er professor med særlige opgaver inden for matematikkens og naturfagenes didaktik på Danmarks pædagogiske universitet, institut for curriculumforskning. Hun arbejder blandt andet med matematikvanskeligheder, hvor hun sammen med Peter Weng udvikler begreber om det de kalder ’regnehuller’ og er tilknyttet udviklingsprojekter på CVU Vest, Ribe seminarium og på CVU Nordjylland, Aalborg seminarium. Hun har været med til at udvikle forberedende voksenundervisning i matematik, FVU-matematik, med tilknyttet læreruddannelse.

Tilpasset matematikkopplæring

Kognitive prosesser som grunnlag for matematikkopplæringa

En skoles mulighet til å drive tilpasset opplæring fullt ut er avhengig av beslutninger som tas på politisk plan, på systemets forutsetninger, på organisatoriske og pedagogiske forhold. Kunnskap om elevens individuelle læringsbehov hører også med. Tilpasset opplæring vil da i videste forstand være en strategi som kan bidra til å realisere inklusjonsprinsippet i en skole for alle.

Men for noen elever vil tilpasset opplæring bare kunne realiseres når den bygger på grundig kartlegging eller diagnostisering. Individets læringsforutsetninger fokuseres primært i slike tilfeller. I denne artikkelen er det noen spesielle forhold – basert på nevropsykologisk innsikt – knyttet til tilpasset opplæring i matematikk, som berøres.

Av *Jarle Sjøvoll*

Innledning

Å realisere prinsippet tilpasset opplæring vil da innebære at undervisningen tilrettelegges slik at den enkelte elevs individuelle læringsbehov og læringsmuligheter ivaretas. Opplæringen i faget må tilrettelegges slik at det tas hensyn til:

- At det når nye emner eller tema innføres må tas i betraktning at slike områder ofte forutsetter et forutgående kunnskapsgrunnlag. Progresjonsbaserte emner eller tema utgjør en risiko for at eleven stagnerer eller opplever tilkortkomming i faget hvis grunnlaget er svakt. Man sier gjerne at deler av faget er bygd opp etter byggeklossprinsippet. Tilpasset opplæring innenfor et emne vil da være avhengig av at man kjenner til elevens kunnskapsgrunnlag innenfor området.
- Men faget består også av emner som er uavhengige – frittstående – og som gir muligheter for læring uten, eller med svært begrensete, forkunnskaper. Det dreier seg da om opplæring for en person som er nybegynner på området. Risikoen for ikke å møte elevens læreforutsetninger er dermed også mindre.

Å være en tilkortkommer i matematikk kan gi grunnlag både for å frambringe positive opplevelser og glede ved endelig å lykkes. Men nye nederlag vil vanligvis forsterke de negative opplevelser med sterke emosjonelle komponenter.

Her følger noen utsagn fra mennesker som i hovedsak har slike negative opplevelser og erfaringer knyttet til opplæringa i matematikk.

– *«Og at jeg som har «strøket» i matematikk mange ganger før skulle få «en firer» nå er ufattelig. Vet du – først nå fatter jeg hva matematikk dreier seg om. Det er jo både morsomt og nyttig.»* (ELEV VED VOKSENOPPLÆRINGSKURS).
– *«Og så skulle vi regne ut noe i heimekunnskap også. Da fikk jeg vondt i magen og ville bare springe ut. Heimekunnskap var ikke lenger morsomt det heller»* (UNGDOMSSKOLEELEV).
– *«Pappa sier at han ikke skjønner dette. Han kan ikke hjelpe meg og på skolen tør jeg ikke spørre….»* (UNGDOMSSKOLEELEV).
– *«Det var så morsomt å begynne med geometri. Jeg fikk det til. Kanskje jeg ikke er helt teit?»* (UNGDOMSSKOLEELEV).

Bjørn Adler sier at de vanligste assosiasjoner folk flest har til faget er knyttet til det mest sentrale – eller basale – innholdet slik de ble kjent med matematikkfaget gjennom sin egen grunnleggende skolegang:

– tall og siffer
– de 4 regnearter
– matematisk-logisk tenkning
– problemløsning
– aritmetikk (svak sterk)
– geometri.

Vi kan kalle dette en begrenset forståelse av det moderne matematikkfagets innhold. Nyere læreplaner og lærebøker plasserer matematikkfaget både i en tverrfaglig og i en utvidet miljørelatert kontekst.

Om matematikkvansker

Elever som strever med innlæringen av matematikk mangler ofte selv den bevisste innsikten om hvilke kunnskaper, ferdigheter, strategier og resurser som trengs for å løse en bestemt oppgave. De mangler gjerne de automatiserte ferdighetene som kreves for å fullføre oppgaveløsningen. Man sier ofte om disse elevene at de har matematikkvansker. Elevene eier selv vanskene.

Dette betyr at de har vansker med å prosessere den sammensatte informasjonen og koordinasjonen som er nødvendig i oppgavearbeidet: Oppmerksomhet, sanseformemmelser, KTM (korttidsminne), LTM (langtidsminne) og å gi respons. Vansker med en eller flere av disse komponentene kan virke negativt på matematikkprestasjonene.

1. Læringen vanskeliggjøres på grunn av
(Renvaktar og Asplund 2002):

OPPMERKSOMHETSVANSKER
- svikter ved problemløsningsoppgaver
- vansker når det kreves ulike steg i algoritmen

VISUO-SPATIALE VANSKER
- vansker med symboler (+ og –) blander talsifre (6-9, 2-5, 17-72) etc.

AUDITIVE PROSESSER
- vansker ved muntlige oppgaver
- sekvenser er problematiske

HUKOMMELSESVANSKER
- Glemmer maematiske fakta
- Glemmer steg
- Tekster med flere regne-operasjoner er vanskelige

MOTORISKE VANSKER
- Skrive siffer, dårlig leselighed, langsomt, slutvete
- Vansker med å fylle tall inn i små ruter, kolonner og lignende

2. Kognitive prosesser
De kognitive prosessene som bør undersøkes ved mistanke om at det foreligger matematikkvansker er følgende (Adler 2001):

TALLFORSTÅELSEN
- lese, kopiere, skrive tall

TALLSYSTEMET/POSISJONSSYSTEMET
- Tallinjen, hurtighet i tallbehandling, tallstørrelse, å regne baklengs, avgjøre tallet som er foran, bak etc.

ENKLE REGNEOPERASJONER
- addisjons- og multiplikasjonstabell, telle på fingrene?

SAMMENSATTE REGNEOPERASJONER
- addisjon + subtraksjon eller multiplikasjon og lignende

ARITMETISKE TEGN
- forstå operasjonene, hoderegning, arbeidsminne, oppmerksomhet

BEGREPER/TALLOPPFATNING
- størrelse, mengde, posisjon og lignende

GEOMETRISKE FIGURER
- kopiere figurer, forestilling, hukommelse

ROM-RELASJONER
- posisjon i forhold til annen posisjon

SPATIAL HUKOMMELSE
- forestillingsevne, gjengi etter hukommelse

PLANLEGGINGSEVNE
- overblikk, helhetsforståelse

TIDSPLANLEGGING
- arbeid på tid, realisme

TIDSBEGREP
- tidsfølelsen, planleggingsevnen

3. Metakognitive prosesser
Begrepet metakognisjon dekker egenskapene mennesket har til å reflektere over, og utøve kontroll med, sine egne tankeprosesser. Begrepet metakognisjon kan også forstås som individets selvstyrte kvalitetskontroll. Individet fører en indre dialog med seg selv. Dette oppnås når man blir satt i stand til å reflektere over – og dis-

kutere egne – mentale prosesser (Eritzland, A.G. 2004):

– Hva skal jeg gjøre nå?
– Hva krever dette av meg?
– Hvordan vurderer jeg dette resultatet?
– Kan dette være rett?

Autentisk læring skjer gjennom motiverende og meningsskapende kunnskpstilegning gjennom *refleksjon* i forbindelse med at mennesket utfører aktiviteter eller handlinger. De deltar i prosesser som gir erfaring. Metakognisjon er dermed også et læringsbegrep. Kontrollorientert læring basert på normative forhold – regler og prinsipper – kan stå i et skarpt motsetningsforhold til den metakognitivt innrettede læringen. Men innenfor faget matematikk er selvsagt ferdigheter basert på lærte regler og prinsipper også nødvendige. Det deduktive og det induktive læringsprinsipp utfyller hverandre.

4. Språklige ferdigheter

De språklige ferdigheter kommer først og fremst til anvendelse og nytte i det matematiske språket, begrepene, terminologien, symbolene, operasjonene m.v. Hos elever som får vansker med de språklige ferdighetene kan vi skille mellom:

Vansker med de skrevne matematikksymbolene og vansker med det matematiske språket. Noen sitater ifra intervju med elever kan illustrere hva dette innebærer:

– *«Det er så vanskelig å se at det er matematikk i det når jeg leser oppgaven. Matematikkoppgaven er jo skjult og jeg får ikke til å stille det opp…»* (elev ungdomstrinnet)
– *«Men når oppgavene var ferdig satt opp gikk det ikke så verst. Jeg kan jo gange og dele, hverfall når jeg har tabellene ved siden av meg»* (ELEV I VOKSENOPPLÆRINGSKURS)
– *«Og brøk, hva skal man lære det for, og også med x og alt i teller – er det det – nei, da var det gjort.»* (ELEV GRUNNKURS VIDEREGÅENDE SKOLE)

Også lese- og skriveevne er en del av de grunnleggende forutsetningene for læring av matematikk. Dette gjelder spesielt leseevne og leseforståelse, skriveferdigheter og staving. Lese- og skriveprosessene betraktes som forskjellige prosesser og undersøkes hver for seg. Manglende leseferdigheter som vises ved svekket gjenkjenning av ord og skriftlig tekst fører også til manglende leseforståelse. Sjeldent brukte ord og faglige begrep kan være vanskelig å forstå og forårsaker gjerne lærevansker og opplevelser av tilkortkomming. Presenteres problemstillinger muntlig vil man få en kontroll på om forståelsen mangler, eller om det er de grunnleggende leseferdighetene som svikter. Skrivevansker, øye-hånd koordinasjon, finmotorikk, sekvensiell hukommelse og utvalgsvansker kan også virke inn i skrivesituasjonen.

5. Emosjonelle faktorer

En elev som mislykkes en gang i matematikk utvikler raskt redsel for også å mislykkes ved neste forsøk. Ofte gjør eleven nettopp det. Redsel og angst er alarmfunksjoner med sterke biologiske komponenter. De fysiologiske reaksjonene på dette er at kroppen går i forsvar, forbereder seg på kamp, og ved hyppige gjentagelser får dette helsemessige konsekvenser. Å være engasjert med læringsaktivitet i matematikk kan oppleves som direkte farlig. Den andre måten kroppen reagerer på er å gi opp med den følge at kroppens fysiske og psykiske motstand reduseres. Redsel og frykt kommer til uttrykk gjennom angst som kan variere fra å være en diffus opplevelse av ubehag til panikkreaksjon. Elever som kommer til kort i matematikk bærer preg av at emosjonelle faktorer.

– *«Jo, det går bra, men i matematikk – der er jeg bare dum!»* (UNGDOMSSKOLEELEV)
– *«Jeg gikk heller en tur til byen, men sa at jeg fikk så vondt i magen og kastet opp. Jeg hadde jo vondt i magen. Det var første gangen jeg flyktet fra matematikktimen. Tror det var i 5. klasse.»* (UNGDOMSSKOLEELEV)
– *«Da vi begynte med ligninger skjønte jeg ingen ting. Jeg får det aldri til mens alle de andre skjønner det. Skjønner du hvor dum jeg er?»* (ELEV I GRUNNKURS, VIDEREGÅENDE SKOLE)
– *«Hvis læreren spør meg om noe og de andre hører det, da blir jeg rød i toppen og har mest lyst til å springe ut. Noe så flaut.»* (ELEV UNGDOMSTRINNET)

Konsekvenser av holdninger som framgår av uttalelsene ovenfor leder gjerne til negative tanker som kan føre til at:

– Eleven begynner å trekke seg bort fra å arbeide med faget
– Eleven klandrer seg selv
– Eleven retter negative følelser mot andre, ofte aggressivt
– Eleven angriper seg selv, verbalt, med skam, med negativ atferd m.m.

For å kunne lære kreves det en situasjon – eller læringsarena – som preges av emosjoner som kommer til syne ved at eleven viser interesse, engasjement, glede og lyst. Når eleven har lært å oppfatte seg som dum, som en taper, er det ofte forbundet med at emosjonen skam har tatt overhånd. Dersom det utvikles et negativt selvbilde og opplevelsen av å være tilkortkommer overtar, da er elevens utgangspunkt for læring meget alvorlig skadet. *«Jeg hater matematikk»*, hører man elever ikke så rent sjeldent si. Det må være skolens primære oppgave å unngå at en slik situasjon utvikles. Problemet er at negative følelser kan man ikke kvitte seg med bevisst på samme måte som en ubehagelig tanke. Emosjonene «sitter fast». De er kroppslig forankret. Dette forholdet er alt for lite påaktet i skolen og er kanskje den største utfordringen for opplæringen i matematikk. Utfordringen vil da være å tilrettelegge opplæring i matematikk som utvikler glede og lyst slik at positiv energi utvikles. Positive følelser motiverer for innsats og utfordrer nysgjerrigheten. Dette er først mulig når elevens selvbilde og selvtillit er positiv. Å lykkes med innlæringa i matematikk kan være et meget sterkt virkemiddel som vekker emosjonen stolthet og bidrar til positiv identitetsutvikling.

Matematikkvansker opptrer som oftest som del av mer generelle vansker hos elevene. Det kan derfor være naturlig å skjelne mellom:

1. Allmenne vansker Jevn svak i alle fag/områder Problemer med enkeltstående områder, og
2. Spesifikke vansker Ujevne prestasjoner Uforståelige «hull» Spesielle vansker innenfor spesielle områder.

Det er ved å studere prosessen når eleven lærer seg de matematiske begrepene og ferdighetene, og når eleven løser oppgaver, vi kan få innsikt i hva som forårsaker at mange elever får vansker i innlæringsprosessen. Veien til svaret – prosessen – er mer interessant enn svaret! Læringsprosessen vil dermed være gjenstand for studie.

Matematikkscreening

I en screeningsprosess kan det være nødvendig å legge merke til hva eleven har vansker med i det daglige læringsarbeidet. I en screening bør det sjekkes om eleven har problemer med noe av dette i læringen (Rudenius, B 2004)

- Tallenes størrelse
- Tallenes posisjon (foran, bak …)
- Forholdet mellom enheter – omgjøring
- Holde tråden i oppgavearbeidet
- Glemmer eleven lett
- Overslag, sansynlighetsvurderinger
- Geometriske figurer, areal, rom, omkrets
- Praktiske hverdagsoppgaver
- Avgjøre valg av operasjon
- Lese tall
- Tid, klokken, året, kalenderen
- Addisjonstabellen
- Multiplikasjonstabellen
- Valgsituasjoner, planlegging
- Tidsbruken er lang.

Når mange barn og unge har store vansker med å lære matematikk er det naturlig at man stiller spørsmål om hva som kan være årsakene til det. Pedagogiske, sosiale, psykologiske, medisinske og didaktiske årsaksforhold trekkes gjerne fram. Men innenfor nyere forskning er det mange som har stor tiltro til at nevropsykologien kan bidra med kunnskaper som kan forklare hva de spesifikke matematikkvansker kan bunne i.

Matematikkvansker og relaterte vansker

Vansker innenfor matematikk kan komme til uttrykk ved at eleven har vansker med de skrevne matematikksymbolene, vansker med det matematiske språket og visuospatiale vansker. Ovenfor har jeg også omtalt den emosjonelle komponenten som er relatert til matematikkvansker.

«Matematikkvansker og sosioemosjonelle problemer synes å ha betydelig komorbiditet» (Johnsen 2003. s. 32). Johnsen hevder at vansker på det ene av disse områdene gjerne medfører vansker på det andre. Bjørn Adler (2001 s. 29) hevder at 20 – 30% av elevene med spesifikke matematikkvansker også har spesifikke lese-skrivevansker, dysleksi. Når det arbeides med problemløsningsoppgaver er det viktig at elevene har både gode tekniske leseferdigheter og god leseforståelse. Generelle lærevansker omfatter vanligvis også vansker med å lære matematikk. Elever med ADHD strir ofte med oppmerksomhetsproblemer og preges gjerne av uro, konsentrasjonsvansker og hyperaktivitet. Disse egenskapene er også fundamentale for læring av matematikk. Alt dette betyr at matematikkvansker også er et problematisk begrep. De spesifikke vanskene i matematikk opptrer sjeldent alene, men som en side ved et mer sammensatt pedagogisk problemområde. Spesifikke matematikkvansker – dyskalkuli – angår ifølge Adler (2001) ca. 6% av elevene og ifølge Geary 6,5% av elevene (Sjøvoll 1998).

Matematikkopplæringa

I matematikkopplæringa må man også være bevisst at man også må bidra med å «bygge byggesteiner». Og byggesteinene er ofte svært ulike. Hva består så matematikkens byggesteiner av – hva slags hjelp gir læreverkene til å bygge byggesteinene?

Byggesteiner:

- Klassifisere/kategorisere
- Antallsoppfatning
- Tallbegrep/-oppfatning
- Størrelser -Tidsoppfatning
- Oppmerksomhet/konsentrasjon
- Hukommelse
- Lese-/skriveferdighet
- Automatisering og hurtighet
- Rom oppfatning og visualiseringsevne
- Motivasjon/lyst og energi
- Planleggingsevne
- Logisk evne/forutsetning
- Fleksibilitet
- Intuisjon (Adler 2001, s.16-17)

Kategorisering av matematikkvansker

Bjørn Adler deler inn matematikkvansker i 4 hovedkategorier:
1) Generelle matematikkvansker
2) Spesifikke matematikkvansker (dyskalkuli)
3) Pseudo-matematikkvansker og
4) Akalkuli.

Her er det de spesifikke vanskene vi fokuserer mest på.

Spesifikke matematikkvansker

Basert på nevropsykologisk innsikt (Adler 2001) vil det være nyttig å vite om noen av de mest vanlige kjennetegnene på spesifikke vansker til stede. Dette kan gjøres ved å ta i bruk en sjekkliste som kan bidra til å avklare om vanskene er av generell eller spesifikk art. Er flere av disse kjennetegnene til stede hos den enkelte elev vil det gjerne være tale om generelle matematikkvansker, og eleven har da vanligvis lærevansker på mange fagområder. Nedenfor følger en oversikt som viser noen av de mest vanlige kjennetegnene.

PEDAGOGISKE KJENNETEGN
1. Når man observerer lesning
2. Vansker med skriving
3. Vansker med leseforståelsen generelt
4. Vansker med tallforståelsen spesielt
5. Vansker med kompleks tenkning og fleksisbilitet.

KJENNETEGN I HVERDAGEN
1. Ofte vansker med klokken
2. Planleggingsproblemer
3. Vurderingsproblemer/sannsynlighet
4. Glemsk
5. Relasjonsvansker til daglig
6. Øvelse gir liten framgang
7. Generelt stort hjelpebehov i hverdagen
8. Mange feil i daglig aktivitet.

Matematikkscreening bygges opp slik at både forståelse og anvendelse prøves (Adler 2001, s. 79). Screeningstesten er bygd opp med utgangspunkt i kunnskap om hvilke kognitive funksjoner som er grunnleggende når eleven skal lære matematiske begrep. Også lese- og skriveevne undersøkes når en fullstendig nevropedagogisk vurdering gjennomføres. Dette gjelder spesielt leseevne og leseforståelse, skriveevne og staving. Lese- og skriveprosessene betraktes som svært forskjellige og undersøkes hver for seg. Manglende leseferdigheter, som vises ved at eleven bruker lang tid på å gjenkjenne ord og skriftlig tekst, fører også til manglende leseforståelse. Presenteres problemstillingen muntlig vil man få en kontroll på om forståelsen mangler, eller om det er de grunnleggende leseferdighetene som svikter. Skrivevansker, øye-hånd koordinasjon, finmotorikk, sekvensiell hukommelse, utvalgsvansker etc. kan virke inn i skrivesituasjonen. Også dyspraksi – vansker som dreier seg om å omsette tanker til handlinger eller praksis – kan være medvirkende årsak til innlæringsvansker i matematikk. I en slik helhetlig vurdering er det større muligheter for å oppdage mønster som kan avklare om det kan være tale om spesifikke vansker. De kognitive funksjonene som undersøkes er disse (jfr. punktene under avsnittet Matematikkscreening):

- Tallforståelsen (lese, kopiere, skrive tall)
- Tallsystemet /posisjonssystemet (tallinjen, hurtighet i tallbehandling, tallstørrelse, å regne baklengs, avgjøre tallet som er foran, bak etc.)
- Enkle regneoperasjoner (addisjons- og multiplikasjonstabell, telle på fingrene?)
- Sammensatte regneoperasjoner (addisjon + subtraksjon eller multiplikasjon og lignende)
- Aritmetiske tegn (forstå operasjonene, hoderegning, arbeidsminne, oppmerksomhet)
- Begreper / talloppfatning (størrelse, mengde, posisjon og lignende)
- Geometriske figurer (kopiere figurer, forestilling, hukommelse)
- Romrelasjoner (posisjon i forhold til annen posisjon)
- Spatial hukommelse (forestillingsevne, gjengi etter hukommelse)
- Planleggingsevne (overblikk, helhetsforståelse) -Tidsplanlegging (arbeid på tid, realisme)
- Tidsbegrep (tidsfølelsen, planleggingsevnen).

De kognitive begrunnelsene – faktorene – bak matematikk-screening må også vies oppmerksomhet. I en helhetlig vurdering tas også med informasjon om nevropedagogisk screening totalt, lesescreening og skrivescreening, som supplering til matematikkscreening. Det vil gi høynet validitet i vurderingen at en helhetlig screening nyttes.

Validiteten

Adlers test er ikke en tradisjonell test som er normert og standardisert. Innholdet er bygd opp slik at matematikkfagets ulike områder er representert ut ifra de krav oppgavene stiller til kognitiv funksjonsevne. Testen er utformet slik at alle elever innenfor en bestemt alder forventes å greie alle oppgavene. Greier ikke elevene alle oppgavene så er det et *observandum* eller en observand! Svarene vurderes i hovedsak ut ifra rett/galt prinsippet og er i liten grad avhengig av tolkninger og skjønn. Tolkningsvaliditeten kan man derfor betrakte som høy. Testens gyldighet hviler på kunnskap om de kognitive faktorenes betydning for læring av matematikk. Innholdsvaliditeten er derfor basert på teoretisk innsikt og premisser, men også på den praktisk empiri som springer ut av den erfaringsbaserte utprøvingen. Ifølge Maxwell (Dalen 2004) vil vi dermed kunne betegne dette som en test hvis gyldighet hviler på både beskrivende-, tolknings- og teoretisk validitet.

Automatiseringen

For å kunne bli en rask og sikker tallbehandler og oppgaveløser i matematikk er det nødvendig å beherske en del grunnleggende ferdigheter hurtig og med stor nøyaktighet. Det er derfor viktig at både lærere og foreldre kjenner til hvilke basisferdigheter barn og unge må tilegne seg. Dersom begynneropplæringsfasen avsluttes med usikkerhet som læringsresultat vil også den videre opplæringen på neste trinn bli vanskelig. Eleven er dermed allerede på tur inn i det som kan bli en vond sirkel. Både forståelsen av begrepene og bruken av de matematiske ferdighetene i ulike livssituasjoner må derfor være gjenstand for trening. Elevene vil ha ulike behov både for innholdsdifferensiering, arbeidsmåte- og tidsdifferensiert opplæring. Dette betyr at det må tas individuelle hensyn i tilpasningen av opplæringen som gjennomføres både i skolen og heimen. Når eleven sliter er det desto viktigere at læringen som tilrettelegges i heimen er godt koordinert med skolens måte å undervise på. Ansvaret for at de pedagogiske hensyn tas må selvsagt være skolens.

Man må også forutsette at matematikkverkene er bygd opp slik at de gir elevene en grundig innføring i disse basisferdighetene. Den grunnleggende matematikken som læres på småskole- og mellomtrinnet må derfor være bygd opp slik at den gir elevene nødvendig læring av disse basisferdighetene.

Automatiseringen kan i noen spesifikke tilfeller vanskeliggjøres fordi de kognitive faktorene – eller forutsetningene – hos elevene ikke fungerer optimalt. Dette kan komme til uttrykk på ulik måte, ofte ved at eleven synes å glemme veldig fort. Både korttids- og langtidshukommelse kan være berørt. Hukommelse og glemsel er dermed viktige indikatorer på om noe kan være problematisk i innlæringsprosessen. Dette vises i daglige livssituasjoner, når barnet lærer tallrekken, når det arbeides med automatisering av addisjons- og multiplikasjonstabellene, glemsel fra en dag til den neste av noe som man trodde eleven behersket. I tvilsituasjoner vil det derfor være aktuelt å etablere et samarbeid mellom skole, heim og den pedagogisk-psykologiske tjenesten dersom man tror at spesifikke forhold kan bidra til å skape vansker for eleven.

Oppsummering

Elever med spesifikke vansker har ofte problemer med å planlegge løsning av oppgaver. Slike planleggingsproblemer kommer spesielt til syne når eleven arbeider med problemløsning. Problemløsningsoppgaver tar gjerne utgangspunkt i elevens erfaringer, praktiske situasjoner og hverdagslige hendelser. Logisk betraktet skulle derfor arbeidet med slike oppgaver gi god mening. Tanken er å plassere det matematiske problemet i en autentisk kontekst som gir eleven den nødvendige gjenkjenning. Men eleven må kunne tolke og analysere den matematiske konteksten slik den framstår – enten den er presentert som skriftlig tekst eller som en muntlig formulert problemoppgave – og eleven må kunne formulere den matematiske oppgaven og stille opp algoritmen som muliggjør en matematisk løsning. Dette er mentalt krevende og involverer flere kognitive prosesser. Eleven må observere, tolke og analysere problemet utenfra. Refleksiv og til dels abstrakt tenkning er derfor ofte nødvendig. En skriftlig formulert oppgave forutsetter lesing og tolking av ord og symboler samtidig som eleven må analysere seg fram til, og vurdere, hvilke matematiske operasjoner og prosedyrer som kan være involvert. Både språklige, matematikkfaglige og refleksive ferdigheter virker dermed sammen. Oppgaveløsningen i en slik problemløsningsprosess forutsetter dermed at svært mange og fundamentale kognitive byggesteiner er på plass. Og eleven må beherske de metakognitive forutsetninger som trengs for å tolke og analysere en problemløsningsoppgave utenfra slik at de nødvendige vurderinger kan gjøres samtidig som planleggingen av oppgaveløsningen tar til. Disse evnene trengs også når eleven vurderer svar, egen tenkemåte og selvrefleksjon. Holm refererer til Flavell som skiller mellom tre kategorier metakognitive kunnskaper: Kunnskap om personer, kunnskap om oppgaver og kunnskap om strategier (s.58). Bruk av metakognisjon innebærer at eleven selv er klar over egne tankeprosesser slik at egen læring kan styres. Dermed muliggjøres både planlegging av oppgavearbeidet og selve løsningsarbeidet. Man lærer best når man vet hvordan man lærer, på samme måte som at det er vanskelig å lære av sine feil når man ikke vet hva slags feil man gjør.

Referanser

Adler, Bjørn (2001): *Vad är dyskalküli*. Nationella Utbildningsförlaget, Kristianstad. Adler, Bjørn (2001): *Matematikkscreening I, II og III*. Kognitivt Centrum Sødra Sverige AB, 236 32 Høllviken.

Eritzland, A. G. (2004): Kunnskapsstatus med vekt på førskolelærer- og allmennlærerutdanning i *Kunnskapsstatus for forskningsprogrammet KUPP.* Norges Forskningsråd. Oslo.

Johnsen, F. (2003): *Om matematikk, aggresjon og tomater*. Spesialpedagogikk nr. 10/2003.
Melbye, P.E. (1995): *Matematikkvansker.* Universitetsforlaget. Oslo.
Renvaktar, A. og Asplund, M. (2002): *Matematik och matematiksvårigheter*. *http://www.vasa.abo.fi/speccenter/matematik.htm*
Rudenius, B. (2004): *Matematiksvårigheter/Dyskalkyli. Alla har rett att lyckas! http://www.kastanjebacken.net/dyskalkyli.htm*
Sjøvoll, J. (1998): Matematikkvansker. *Tilpasset opplæring i matematikk.* AdNotam, Gyldendal. Oslo.
Sjøvoll, J. (2006): *Tilpasset opplæring i matematikk*. Oslo: Gyldendal Akademisk.

Jarle Sjøvoll er dr. philos i læring og professor i lærerkunnskap ved Profesjonshøgskolen, Høgskolen i Bodø. Han har yrkesbakgrunn fra PP-tjenesten, lærerutdanning på alle nivå, Forskerforbundet, som leder av flere internasjonale prosjekt og som lærebokforfatter.

Artiklen har tidligere været bragt i det norske SKOLEPSYKOLOGI 2006 nr. 5.

Symboler som hjelpemiddel til forståelse – også i begynnermatematikken

Tall og tallsymboler omgir oss overalt og er et av de mest spennende feltene å utforske for barn som begynner i skolen.
I følge Brian Butterworth har tallene og bokstavene ulik opprinnelse. En følge av dette er at det bør undervises forskjellig innen disse områdene. Han mener at antallsoppfatning er medfødt og universell og finnes hos alle mennesker uavhengig av hvor de bor og hvilken kultur de tilhører, mens alfabetet overleveres fra generasjon til generasjon via kulturelle kanaler
Barns medfødte evne til antallsoppfatning bør være utgangspunktet for tallarbeid og tallinnlæring. Kanskje må vi revurdere måtene vi arbeider med tallene på, og ikke la tallinnlæringen være så farget av bokstavinnlæringen som den er i dag.
Vi bør dessuten forske mer på sammenhengen mellom tidlig kjennskap til og bruk av tall og andre matematiske symboler – og suksess i matematikkfaget senere i skoleløpet.

Av *Ragnhild Efskin*

Tallene er overalt

Alle som har tatt imot førsteklassinger på deres første skoledag vet hvor spente og forventningsfulle de er i forhold til det de skal lære i skolen. Lese, skrive og regne er bra, – og det er bra nok, selv om skolen i tillegg har fått et utall oppgaver og ansvarsområder som skal ivaretas i tillegg til disse tradisjonelle skoleaktivitetene. De fleste barn er på god vei i tilegnelsen av lese- og skriveferdighetene, blant annet fordi språkutvikling og språkstimulering har vært sterkt fokusert i forskning og praksis de siste årene. Fokus på tall og kunnskap om matematiske symboler har ikke vært vektlagt i samme grad. Dette til tross for at vi trolig bearbeider ca tusen henvisninger til matematiske tall i timen (Butterworth, 1999). Grovt sett utgjør dette16000 tall hver dag og nærmere 6 mill. tanker om tall hvert år! Variasjonen fra menneske til menneske er selvfølgelig stor, alt avhengig av alder, yrke og interesser, men uansett viser et slikt overslag at tall og symboler er en viktig del av et menneskes liv. Skolen må gjenspeile disse forholdene i sin undervisning og løfte frem og vektlegge arbeid med tall og symboler slik at disse blir nyttige tankeredskap for barna i deres kognitive utvikling.

Da jeg jobbet med datainnsamlingen til min masteroppgave våren 2006 om tallinnføringsarbeidet for 6-7 åringene i skolen, var jeg i klasser som hadde arbeidet med tall og i klasser som hadde ventet med dette arbeidet. Som et lite forsøk lot vi elevene bruke fem minutter til å skrive ned alle tall de kunne. Resultatene varierte mye; fra alle tall fra 1-76 korrekt skrevet, uten utelatelser, feilskrivinger eller reversaler til tallene 0, 2, 3, 4, 5 – med reversaler på noen av tallene. Det var også interessant å se hvordan barna spontant plasserte tallene på arket. Noen skrev loddrett, andre vannrett og noen spredte tallene utover hele arket i vilkårlig orden. Hvorvidt denne siste gruppen skrev tallene ned i rekkefølge er ikke godt å si. Sannsynligvis gjorde de det, men ideen deres var kanskje å fylle «rommet», slik at hele arket ble fylt av symboler.

Bokstavinnlæring vs tallinnlæring

Sammenlignet med all den tiden og alle de måter barna arbeider med bokstavinnlæringen på, så får tallene og tallinnføringen lite tid og oppmerksomhet. Arbeidet på dette området er stort sett en blek kopi av bokstavinnføringen, og kanskje er det ikke engang denne måten som er den beste.

Slik jeg så dette i egen praksis, besto tallinnføringen stort sett av å tegne mengderinger med et gitt antall elementer i, og skrive tallet ved siden av.

Siden var det å skrive mange tall for å øve på det nye tallet, parallelt til det en gjør når en øver på å skrive bokstaver. Det er nettopp det dette er; – *skriveøvinger*.

Det har ikke noe å gjøre med å utvikle tallforståelsen. Noen flere arbeidsmåter finnes og brukes også på de laveste trinnene. Høyere opp i klassene viser de fleste studier som er gjort at det fortsatt overveiende er lærebokstyrt undervisning som råder i matematikk. Det kan bety at en går for fort over på regneoppgaver hvor elevene blir satt til å manipulere med tall uten å ha en sikker tallforståelse og er blitt undervist i regnetegnenes funksjon. Når barnas tallforståelse er for liten, vil de få problemer med å lære seg tabellene innen addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon når den tid kommer. De overbelaster både korttidsminnet og langtidsminnet sitt ved at det kreves laging av stoff som de egentlig ikke har nok forståelse av.

Alfabetet er kalt verdens største oppfinnelse, men som Hans Enzenberger sier i «Talldjevelen» (1997), så er ikke han som kom på tallet 1 så borte vekk han heller.

Akkurat her berører vi det som jeg blir opptatt av; nemlig opprinnelsen til tallene vs opprinnelsen til alfabetet, bokstavene.

Egen tallmodul i hjernen?

Slik Brian Butterworth antyder det i «The Mathematical Brain» (1999), så har tall og bokstaver ulik opprinnelse. Tallene, mengdeoppfatningen ligger lagret i hjernen fra fødselen av i en egen tall-modul, mener han. Alfabetet, bokstavene, skrifttegnene, derimot, er kulturbasert og tilegnes via kulturell påvirkning og overlevering. Det er her jeg mener den store forskjellen ligger også i forhold til hvordan vi må forstå tall og matematikk, og hvordan dette kan undervises. Når en i bokstavinnlæringen arbeider mye med bokstavens form og hvilke deler en bokstav består av, er Nyborgs begrepslæringsmodell (Magne Nyborg: BU-modellen, 1994) et viktig analyseredskap. Gjennom opplæring i denne får barna adekvate ord og begrep som hjelper dem til å lære og lagre nødvendig kunnskap i tilegnelsen av skriftspråket.

En kan beskrive tallene slik også, men for tallkunnskapens del, er det mye viktigere å arbeide med de grunnleggende forutsetningene for god tallforståelse. Dette er å vite at ethvert tall kan skrives som summen av 1, og at det er en praktisk grunn til at vi har ulike sifre for antall, gjenkjenne antall, se endringene i antall ved å legge til eller trekke fra elementer i en gitt mengde, at enhver mengde består av delmengder og ordne tall etter størrelse.

Ved tallinnføring er det hele tiden viktig å repetere at $2=1+1$, at $3=1+1+1$, osv. Her vil det også være på sin plass å innføre regnetegnene $=$ og $+$, slik at barna oppfatter ideen om at tall kan uttrykkes å forskjellig måter, – og at 1 er basistallet.

Ved bokstavinnlæringen er det vesentlig å presisere forskjellen på bokstavnavn og bokstavlyd. En ytterligere presisering er at lyd i denne sammenheng er en språklyd til forskjell fra alle andre lyder som omgir oss. Å forstå disse forskjellene er avgjørende for at sammentrekningsøvingene skal bli vellykket og gi ord som resultat. Lykkes dette, vil barnet oppleve at prosessen gir mening og at det leser. Før en kommer så langt, har det foregått et intenst arbeid over tid hvor barna er badet i språkstimulering og har møtt bokstavene på mange ulike måter.

I forhold til tallinnlæringen kan en tenke seg følgende parallell: Alle mengder som inneholder f eks tre elementer er en treermengde. Det er antallsegenskapen som er felles for disse mengdene enten elementene består av tre elefanter, tre prikker eller tre maur. Å fatte antallsegenskapen, må ofte oppmerksomhetsrettes for enkelte barn. Når vi snakker om mengde, oppfatter mange barn noe annet enn antall. Magne Nyborg kalte dette for «den store hemmeligholdelsen», altså at en ikke er presis nok på at det er antall vi fokuserer på når det gjelder innholdet i en mengde.

Går det an å bade i tall, og kan dette arbeidet gjøres like spennende og interessant som et språkbad er? Jeg mener at dette går an, og at arbeidet med tallene er minst like morsomt, variert og spennende som bokstavarbeid.

Det er viktig å bruke multimetodiske og multisensoriske arbeidsmåter for tallinnføring, som vil styrke barns tallforståelse og tallkunnskap. Dette vil gi dem større trygghet i forhold til tallene og deres egenskaper, og gjøre barna bedre rustet til å jobbe med matematikk.

Brian Butterworth og hans «den matematiske hjernehypotese»

Alfabetet kalles verdens største oppfinnelse, og det har en annen bakgrunn og opprinnelse enn tallene. Når bilder og tegn etter hvert utviklet seg til det alfabetet vi kjenner i dag er det en lang historie med overlevering mennesker imellom, generasjon for generasjon.

Slik er det ikke med tallene. I henhold til Brian Butterworths «The Mathematical Brain-hypotese» er vi alle født med evnen til å identifisere antall opp til 3-5 elementer og til å kategorisere. Jakten etter tidlige tegn på at mennesket har en medfødt numerisk evne, upåvirket av kultur og miljø, viser at mennesket så langt tilbake i tid vi kan tenke oss, risset inn strek og/eller prikker i stein og bein som representasjoner for antall. Dette gjelder kulturer til ulike tider, og som også hadde uoverkommelige avstander seg imellom, slik at påvirking på den måten ville vært umulig. Butterworth gir eksempler på artefakter og hulemalerier fra flere titusen år tilbake i tid og fra steder som ligger på ulike kontinenter slik at overlevering ville ha vært umulig, som viser at mennesket holdt rede på antall, og sannsynligvis også hadde utviklet et system for å uttrykke store tall på, som er å sammenligne med vårt plassverdisystem. Det eldste funn han viser til er hulemalerier fra Chauvetgrotten i Ardeches Gorge i Frankrike som er datert 32000 år tilbake i tid. Tegnene er tre merker i tre rader, malt på huleveggen i rød oker. Han spør om det er en tilfeldighet at dette er satt opp slik, men underforstått kan en lese at han ikke finner at dette kan være tilfeldig. (Chauvet et al i B. Butterworth; «The Mathematical Brain» 1999).

Bruken av tall er medfødt og universell

Brian Butterworth mener at bruken av tall er så universell at det gir grunn for å slutte at vi alle har en medfødt tallmodul i hjernen. Denne tallmodulen gir oss evnen til å gjenkjenne antall opp til 3-5 og til å kategorisere. Butterworths modell av tall-modulen vil bli nærmere beskrevet senere. Han kaller sin teori for «Den matematiske hjernen- hypotesen». Denne står i kontrast til «oppfinnelse-sprednings – hypotesen» som går ut på at tallene ble oppfunnet og siden spredt utover verden. Oppfinnelsen av alfabetet er et eksempel på en slik hypotese.

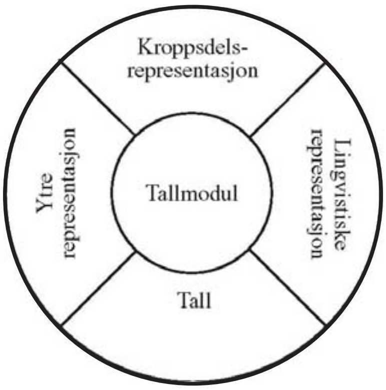
Dette er en fascinerende teori som det forskes i forhold til ved flere kjente universiteter rundt om i verden. Ulike spedbarnsforsøk viser at uker – gamle barn responderer på prikksymboler og økinger og minskinger i antall prikksymboler i en mengde. Dette er målt i forhold til hvor lenge barna holder oppmerksomheten festet mot skjermen med symbolene på. Jeg synes denne forskningen er interessant fordi den gir et annet utgangspunkt for forståelsen av barns numeriske evner, og deres utviklingsmuligheter på dette området. Denne kunnskapen er viktig i forhold til stimulering i optimale perioder under modningsprosessen som skjer i et barns utvikling.

Dette kan bety, noe som stemmer med min egen erfaring fra praksisfeltet, at vi ikke kan undervise tallinnføringen på samme måte som vi underviser bokstavinnføringen, – noe som svært ofte skjer i dagens skole.

Tallmodulen

Da jeg fikk kjennskap til Brian Butterworths teorier om at mennesket har medfødte forutsetninger for det numeriske i hjernen som er genetisk basert, parallelt til det at vi har medfødt fargesyn som også er genetisk basert, falt noen brikker på plass hos meg i min forståelse av hvordan barn skal møte matematikken i skolen, og hvordan undervisningen av barna skal legges opp for å utnytte disse medfødte evnene.

Figuren under er en enkel skisse på hvordan «tallmodulen» kan fremstilles skjematisk. Sektorene rundt er det begrepsverktøy som kulturen et individ vokser opp i bidrar med for å utvikle den medfødte numeriske bevissthet videre slik at individet etter hvert utvikler bedre og bedre numerisk bevissthet og matematisk kunnskap og ferdighet.



I vår medfødte tallmodul er nedfelt:

– Å gjenkjenne antall
– Se endringer i antallet i en mengde, ved å legge til eller trekke fra enheter
– Ordne tall etter størrelse

Dette er den biologisk baserte numeriske kapasitet som er medfødt hos mennesket.

«Tallmodulen er den medfødte kjerne av vår numeriske ferdighet, – en numerisk startknapp. Den kategoriserer verden i numeriske termer opp til 4 eller 5. For å komme over 5, trenger vi å bygge ut tallmodulen, ved å bruke begrepsverktøy (begrepene som verktøy) som det er sørget for gjennom vår kultur. Vi legger disse til andre enheter av våre begrepsmessige verktøy gjennom det å lære av andre mennesker.

Verktøyene fordeler seg på fire hovedkategorier, slik vi skal se det senere; – kroppsdels – representasjoner (fingre, tær etc), lingvistiske representasjoner (spesialiserte telle-ord), tall (spesialiserte skrevne symboler), og ytre representasjoner (tellemateriell, kalkulatorer etc)» (Egen oversettelse). Kroppsdelsrepresentasjon; Finger/tær/andre kroppsdeler som telleuttrykk. I hjernen er området for tallrepresentasjonen like i nærheten av området for fingerrepresentasjon.

Personer med fingeragnosi (opplevelse av hånden som en enhet, uten å skille mellom fingrene) lider så å si uten unntak av acalkuli (tallblindhet). I følge Butterworth kan et menneske være tallblindt på samme måte som det kan være fargeblindt. Språklig representasjon; spesielle tallord, å bruke ord i stedet for fysiske representasjoner Ytre representasjon; merker, regnemaskiner Tall; spesielle symbol som representerer antall.

Fingertelling og fingeraritmetikk. Barn på ca fire år bruker «subitizing» for å under støtte hva tallordene betyr og hvor mange fingre de holder opp. Tallene læres primært i forbindelse med tallordene.

I subitizing ligger evnen til øyeblikkelig å «se» antallet i en mengde. Selv et spedbarn kan bruke «subitizing», men kan selvfølgelig ikke bruke begrepsverktøy slik som telleord eller fingermønster.

Min og mange læreres erfaring er at mange kjappe svarere ikke kan forklare hvordan de kommer frem til svaret når de foretar sine regneoperasjoner i hodet. «Det bare blir slik», sier de ofte. Kanskje er forklar-ingen at deres evne til «subitizing» er så stor at de faktisk ikke tar seg bryet med å sette ord på denne type handling. Jeg lurer på om voksne matematikere har det på samme måte. Jeg har aldri fått noe godt svar hos flere av dem når jeg har prøvd å spørre hvordan de tenker. Denne kunnskapen har jeg ment kunne være viktig for dem som ikke er så kjappe og bruker tunge strategier, som Ostad snakker om. Men de matematikerne som jeg har spurt svarer bla; «Men tallene kan de, jo». Nå forstår jeg kanskje selv hvorfor jeg får slike svar.

Skolens lange Piaget-tradisjon

Undervisningen i skolen er sterkt preget av Piagets teorier om den kognitive utvikling. Hans stadieutvikling er hva barn blir vurdert i forhold til i barnehage og skole. Da Piaget kom med sine teorier gjorde det mye for forståelsen av barnets utvikling og tenking, og undervisningen ble endret i lys av dette. Piaget mente at matematikk henger nært sammen med utviklingen av logisk tenking og evne til abstrahering, og at det følgelig ikke skulle undervises før barnet var kommet på dette kognitive nivå. Dette synet gjenspeiler seg ofte i dagens undervisning. For matematikken og tallinnføringen er dette ingen fordel. Hva så hvis «Den matematiske hjerne – hypotesen» er riktig? Skal barna undertrykke sine medfødte numeriske evner som består i spontant å oppfatte mengder inntil 3-5 elementer og også se om en mengde øker eller minker i antall? Det viktige for skolen må være å vite hvordan hjernen fungerer og bygge på de styrker et barn har med seg og videreutvikle dette gjennom undervisningen. Her må vi gå til nevropsykologisk forskning og hente kunnskap som kan tilføre oss ny forståelse av hvordan læring skjer, sett i lys av de teorier som denne forskningen opererer med.

Enhver som har jobbet med begynneropplæringen i lesing og skriving vet at det finnes mange måter å jobbe med bokstavene på. Dette er viktig og nødvendig for at alle barn skal få mulighet til å finne sin vei inn til lesingen.

Men dette er viktig for tallene også. For å kjenne igjen, vite hva de representerer, hvordan tallene kan klassifiseres, hvordan de står i forhold til hverandre, hvordan en jobber med tall og regnesymboler, må en ha størst mulig fortrolighet med tallene. Ikke å arbeide med bokstavene i forbindelse med den grunnleggende lese og skriveopplæringen er utenkelig. Slik er det på samme måte utenkelig ikke å arbeide med tallene i den grunnleggende matematikkopplæringen. Ingen lærer ville noensinne finne på å jobbe med lese/skriveopplæring uten å gjennomgå bokstavene på samme tid. Mange 1. klasselærere venter med symbolinnføringen for tallene og jobber hovedsakelig med begreper i 1. klasse. Hvordan kan barn ta til seg matematikken hvis de ikke tidlig får kjennskap til og fortrolighet med dens symboler. Dette må selvfølgelig være på et slikt nivå at barna mestrer det og får ta i bruk sin bakgrunnskunnskap både i form av de medfødte numeriske evner og egne erfaringer, og via det bygger ut sin matematiske kompetanse.

Når vi arbeider med tallene

I mitt eget arbeid har jeg hele tiden følt at noe har manglet i metodelitteraturen i forhold til det jeg selv har tenkt omkring de yngste elevene og deres forutsetninger for og evne til å tilegne seg den tidlige matematikken på. Jeg laget et lite arbeidsprogram, som jeg kalte «Når vi arbeider med tallene» som vi brukte i tillegg til verkstedstasjoner og aktivitetsmatematikken. For hvert nytt tall vi gjennomgikk under tallinnføringsfasen fulgte vi samme prosedyre. Dette ble nedtegnet i en egen tallbok som barna laget. Vi innledet med tallvers og tegning og så arbeidet vi oss igjennom tabellen under, ledd for ledd. Med alle disse momentene tok det selvfølgelig en ukes tid å «innføre» et tall, men det ble snakket mye matematikk underveis og nye og ukjente begrep ble grundig gjennomgått. Dette var mest arbeidskrevende i begynnelsen, men da var tallene små og lette, og mange av barna kjente symbolene fra før. De følte at de kunne delta i refleksjonene rundt det enkelte tall fordi de var trygge på det. De fikk virkelig følelsen av at de utvidet sin kompetanse om det enkelte tall når de bare etter en uke kunne si om et tall var oddetall eller partall, hva nabotallene het osv osv. Dobling og halvering var også enkelt når tallene var små og lette å konkretisere. Det er forbausende mange barn som har vansker med begrepsinnholdet i dobbelt av og halvparten av. Dette er kanskje fordi disse ordene er så vanlige at vi tar det for gitt at barna har innhold i dem. Men matematisk trenger de å jobbe med dette for å forstå og bruke det i andre sammenhenger på en korrekt måte. Mange morsomme aktiviteter kan gjøres på konkret vis når det gjelder å finne ut om tallene hører til i gruppen trekanttall og/eller kvadrattall (her benevnt som 4-kanttall). Barna får tidlig lære seg at de ti første tallene i tallrekka også hører med som svar i den lille multiplikasjonstabell.

Divisjon er den første regnearten som barn aktivt handler med, og det gjør de lenge før de begynner i skolen. I tallinnføringsprogrammet får de praktisk og teoretisk erfaring med hvilke tall som er delelige med hva. Her får de ofte sine første erfaringer med det matematiske begrepet «rest» og hvordan vi kan håndtere det på ulike måter. Når tallene kommer over ti er det viktig å bevisstgjøre om basetallet i vårt tallsystem. Tallene over ti må sees i forhold til basen og skal også kunne skrives på utvidet form. Hvis en jobbet systematisk med dette og i tillegg arbeidet med den språklige siden ville barnas problemer med tallene mellom 10 og 20 vært færre. Språklig sett betyr tretten «tre til ti», og dette er en formulering som mange barn er fortrolig med. De spesielle navnene elleve og tolv må forklares særskilt, men barna greier stort sett å holde greie på to avvikere. Kolonnen «Antall addisjoner» innebærer en av de viktigste pilarene for å forstå matematikk og regneoperasjoner. Her dreier det seg om bevisstheten om mengder og delmengder og hvilket system en skal jobbe etter for å holde oversikt over dette feltet. La oss ta tallet 5, det kan skrives på seks forskjellige måter hvis en holder seg til den enkleste strukturen som er mest aktuelt for de yngste barna:

5+0=5, her består 5-mengden kun av 5 enheter. Jeg bruker ikke begrepet tom mengde ennå 4+1=5, her består 5-mengden av to delmengder, nemlig 4 og 1 3+2=5, her består 5-mengden av to delmengder , 3 og 2 2+3=5, her består 5-mengden også av delmengdene 3 og 2, men i motsatt rekkefølge. 1+4=5, her består 5-mengden av delmengdene 1 og 4, men her betraktet i motsatt rekkefølge 0+5=5, her består 5-mengden kun av 5 enheter, men er skrevet i motsatt orden i forhold til 1.x

Den gamle gode regelen om at «Hvis tverrsummen av et tall er delelig med 3, så er tallet delelig med 3» synes jeg det er viktig å overføre også til dagens elever. Jeg har selv holdt mange kurs om begynneropplæringen i matematikk, og nesten ingen av de yngre lærerne kjenner denne gamle sann-

Når vi arbeider med tallene

Kardinal	Ordinal	Partall	Oddetall	Primtall	3kanttall	4kanttall	Nabotall	Dobbelt	Halv	I mul.tab	Delelig	10-ssetn	Ant add	Del. m/3	Annet
1	1.	nei	Ja	Ja	Ja	ja	0/2	2	1/2	ja	1	nei	2	nei	
12	12.	ja	nei	nei	nei	nei	11/13	24	6	ja	1234612	10+2	13	ja	
9	9.	nei	Ja	nei	nei	ja	8/10	18	4,5	ja	1,3,9	Nei	10	ja	
17	17.	nei	Ja	ja	nei	nei	16/18	34	8,5	nei	1,17	10+7	18	nei	

het. Derfor er dette tatt med i tabellen.

Elevene skal ikke jobbe med selve tabellen, men læreren skal ha den i bakhodet, slik at han er innom alle disse egenskapene ved tallene når elevene jobber med dem. Det kan han legge til rette for ved aktivitetsmatematikk av ulike slag; bruk av konkreter, tellemateriell, halvkonkreter, matematikkverksted og ulike typer handlingsmatematikk. I dette systemet må læreren fokusere på det numeriske og matematiske innhold i det eleven jobber med. Bruk av mediert læring vil være en aktuell vei her. Å skape system og forståelsesrammer for barna når de skal lære noe, er en viktig oppgave for læreren. At samme prosedyre gjentar seg fra gang til gang, gjør at elevene opplever trygghet i forhold til å mestre det stoffet de arbeider med. Gjentakelser styrker mestringsfølelsen og virker forebyggende i forhold til å utvikle pedagogisk relaterte matematikkvansker. Etter hvert vil elevene kunne jobbe selvstendig med disse prosedyrene og øke sin kompetanse på tall betydelig. Dette vil også styrke deres matematiske kompetanse på sikt, i og med at tall og tallkunnskap er kjent farvann for dem.

Det systemet som er vist over er ganske detaljert og skal brukes for tallene opp til 30. Det er flere grunner til det:

- Dette er et rimelig antall å jobbe med i forhold til å huske og holde oversikt over
- Hovedtyngden av tallene i den lille multiplikasjonstabell ligger i dette tallområdet
- Tre tieroverganger er med, slik at dette fenomenet blir lettere å generalisere
- Ti primtall er med i dette tallområdet
- Trekant-tall modellen kan bygges i sju trinn, nok til å få frem systemet
- Kvadrattall- (i tabellen kalt firkanttall) pyramiden kan bygges i fem etasjer; viser systemet
- Bevissthet om nabotall og tallenes plassering i tallrekka blir repetert i dette tallområdet
- Dobling gir ytterligere bevissthet om tallene og deres sammenheng med hverandre
- Halvering har samme virkning som ved dobling, men fra et annet utgangspunkt
- Tidlig kjennskap til multiplika-

sjonstabellen og hvilke tall mellom 1 – 100 som er med der

- Deling er den regneart barna først utfører i praksis når de deler seg imellom
- Synliggjøring av hvordan tallene >10 og >20 skrives på utvidet form
- Øve og automatisere addisjon med lave tall; Eks v/5: 0+5=5, 1+4=5, 2+3=5, 3+2=5, 4+1=5, 5+0=5. Altså alltid en addisjon mer enn det selve tallet vi jobber med viser. Det samme gjelder for subtraksjon.
- Annet kan f. Eks være; 1: jeg har en bror, 12: det er tolv farger i fargeskrinet mitt, 9: Det er ni dager til jul, 17: 17.mai er nasjonaldagen vår

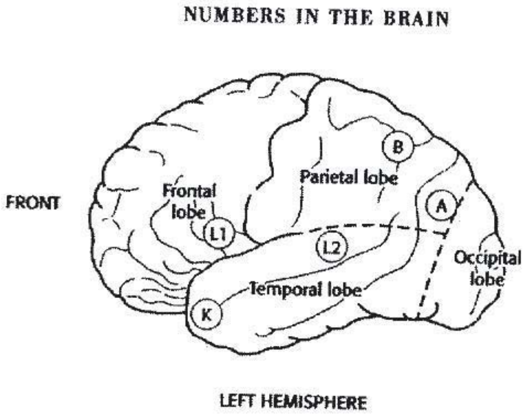
Elevene har ikke problemer med å finne eksempler i forhold til «annet» i dette arbeidet.

Tabellen kan også utvides når elevene blir eldre slik at en kan ta for seg kubikktallene, Fibonaccitallene, kvadrat- og kubikkrøtter osv. Idéen her er å jobbe så mye med tallene at elevene blir fortrolige med dem i samme grad som de får fortrolighet med bokstavene via et systematisk, variert og langvarig arbeid med dem i forbindelse med den tidlige leseopplæringen.

Nevropsykologisk kunnskap er viktig

Å hente kunnskap fra nevropsykologien til pedagogikken ser jeg på som nyttig og interessant. Jeg tror vi har mye å hente på dette feltet for å kunne forstå og møte de barna som sliter med lærevansker både av generell og spesifikk art. Mange barn med lærevansker sendes til nevropsykologisk utredning etter at de har vært innom PP-tjenesten. For å kunne hjelpe disse barna i skolen er det viktig at vi vet mer om hva de kan mestre og hvordan undervisningen for dem må legges opp ut fra deres særskilte forutsetninger. Et samarbeid mellom disse instansene for å øke kunnskapen om hvordan nevropsykologiske vansker kan forståes og konsekvensene for undervisningen vil være avgjørende for de barna det gjelder.

For å gå nærmere inn i jakten på tallmodulen, anvendes en skisse av hjernen med oppdeling i ulike områder. Med henvisning til disse vil flere forhold som er viktig for læring bli beskrevet. Avbildet er den venstre hemisfære hvor områdene for tall befinner seg; nærmere bestemt i det venstre parietal lapp. Område A i den indre lobule er lokaliseringen av subitizing og utgjør også en del av kretsen (jfr strømkrets) for analyse av hvor ting er i rommet. Område B kontrollerer håndform og fingerposisjoner. Skader i dette området forårsaker ikke bare vansker med tall, men også problemer med orientering rommet, med kontroll av handlinger og egne kroppsrepresenta-



sjoner. At fingerposisjoner og tallmodulen har sammenheng, er nært forbundet, er overbevisende beskrevet hos Butterworth ved at personer som lider av Gerstmanns syndrom uten unntak lider av acalculi. Gerstmanns syndrom kjennetegnes ved fire sammenfallende forhold:

- Finger agnosi, fingrene oppleves ikke enkeltvis, men som en enhet
- Acalculi, tallblindhet
- Venstre – høyre desorientering
- Agrafi, manglendene skriveevne

Områdene A og B er skilt fra språkområdene L1 og L2. L1 og L2 er de kjente Brocas area og Wernickes area som ble oppdaget i hhv 1861 og 1874 hos slagpasienter som enten mistet taleferdighet, men beholdt forståelsen eller mistet forståelsen, men beholdt taleferdigheten. Brocas area ligger i venstre frontal lapp, mens Wernickes area er i venstre temporal lapp. Områdene A og B er skilt fra disse to språkområdene og fra det generelle kunnskapslageret, K (principal repository of general knowledge), som i likhet med Wernickes area befinner seg i venstre temporal lapp. På denne skissen av hjernen er andre områder som betjener både tallprosessering og andre funksjoner slik som visuelt –, auditivt – og motorisk områder ikke tatt med.

Innledningsvis har jeg prøvd å parallellkople begynneropplæringen i lesing/skriving og matematikk. Hos Brian Butterworth finner jeg en skisse som han kaller «The functional architecture of aritmetic» fig.4.8.

Mennesker erfarer tall på mange måter – som talte ord, som trykte tall, osv. Dette betyr at hjernen har to jobber. For det første, den må skille ut tall fra andre input, slik

THE MATHEMATICAL BRAIN

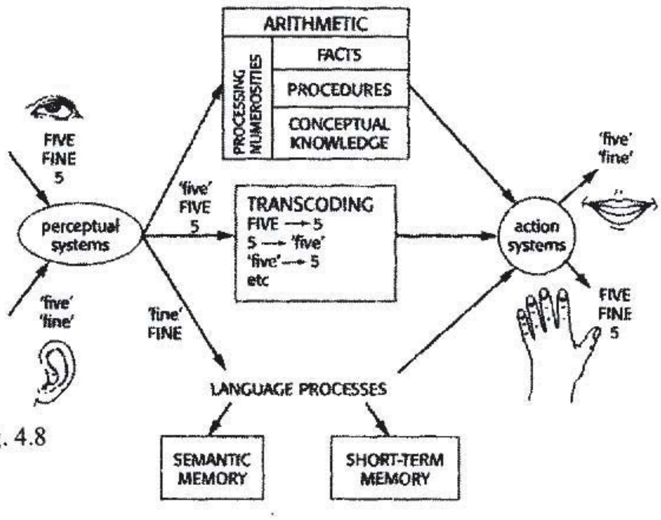


Fig. 4.8

som ord som ikke refererer til tall, og for det andre, den må behandle tall på måter som gjelder for den aktuelle oppgaven. Studier av pasienter viser at de er adskilte ruter gjennom hjernen fra input til output for den sammenfallende oppgaven «lese og skrive tall» og for aritmetikk. Uansett begge rutene konvergerer de samme systemene for å si og skrive tall. Som eksempel på det direkte og det indirekte, jfr Ostads tunge og lette strategier, kan en si at det er forskjell på å «se» 18 når stimuli er 3×6 og lese tre ganger seks er lik….., og sette i gang telleprosedyrer for å komme frem til svaret.

Sammenhengen mellom «tallskriveferdigheter og elementær aritmetisk hoderegning»

Bo Johansson m.fl gjorde tre studier innen dette feltet som er gjengitt i Scandinavian Journal of Educational Research, Vol.49, No.1, February 2005, pp 3-25.

Disse studiene viser at det er en klar sammenheng mellom tidlig kjennskap til og bruk av tallsymboler og aritmetisk ferdighet i matematikkfaget senere i skoleløpet.

Utgangspunktet, nemlig debatten om en skal holde på med tallskriving i begynneropplæringen, fenget min interesse i forbindelse med mitt forskningsarbeid om begynneropplæringen i matematikk generelt, og om tallinnføringen spesielt.

Jeg finner samme praktiske løsning i de klassene jeg har vært i, som Johansson refererer til i sin store undersøkelse; Enten barna er undervist i tallene eller ikke, så kjenner de aller fleste godt til tallene opp til 10 og kan skrive dem. Ytterpunktene i mitt lille tallskriveforsøk var fra 0, 2, 3, 4, 5 på vannrett linje, til alle tall fra 1-76 korrekt nedtegnet med alle tieroverganger inne, uten reversaler, ingen feilskrivinger eller utelatelser. Mellom disse to ytterpunktene befant det seg mange varianter slik det er nevnt over, men det var ingen barn som ikke kunne noen tall, og alle skilte mellom tall og bokstaver.

I hht. Johanssons konklusjoner var det forekomsten av utelatelser av mange tall som pekte mest mot aritmetiske vansker senere i skoleløpet. At barnet brukte reversaler påvirket ikke senere ferdigheter i matematikk.

Johanssons funn står i direkte motsetning til tesene om at tidlig tallskriving hemmer utviklingen av ferdigheten i å løse aritmetiske problem. Selv mener jeg å ha sett i mitt eget arbeid i klasserommet at tidlig fortrolighet med og kunnskap om tall er viktig for den matematiske utviklingen, – faktisk så viktig at ikke å innføre tallene i begynner-matematikken vil være like meningsløst som ikke å innføre bokstavene i lese- og skriveopplæringen. Når så mange barn kjenner de fleste tallene 1-10 allerede før de begynner på skolen, vil det jo være å bygge ut og på noe de allerede kjenner fra før. I andre sammenhenger er dette god pedagogikk, så hvorfor ikke i matematikk?

I svenske skoler som i norske har det i de senere årene vært gjengs at en arbeider med språk, begrep og aktivitetsmatematikk i begynneropplæringen. Kanskje har dette gått på bekostning av det numeriske i noen tilfeller. Å vente med det numeriske er ofte gjort med bakgrunn i empiriske studier gjort av Allardice i 1977, Sinclair & Sinclair i 1984 og 1986, Sinclair et al. 1983 og Hughes i 1986 (Fra Bo Johanssons artikkel i overnevnte ref, 2005). I tillegg har det sammenheng med den sterke Piagettradisjonen i skolen, hvor lærere som nå underviser, selv er opplært i denne tradisjonen i sin egen tidlige skoletid.

Mer forskning på dette området er på sin plass, i og med at det er gjort lite systematisk arbeid på dette området her i landet. Longitudinelle studier hvor en følger opp utviklingen av elevers tallkunnskap og tallforståelse gjennom år, vil kunne gi oss sikrere svar på hvor viktig denne type opplæring er som en del av begynneropplæringen i matematikk.

Kritikken mot symbolmatematikken i skolen er ikke bare uberettiget. Det er mange eksempler på at barn sitter og manipulerer med tall uten egentlig å forstå hva det er de holder på med. Som tiltak mot dette bør en ikke utsette symbolmatematikken , men heller jobbe i dybden med de små tallene og sikre god tallforståelse der. Progresjonen i mange læreverk har ofte vært alt for stor, slik at barn med ubefestet tallforståelse har jobbet i tallområder og med type problem som har gått langt utover deres fatteevne. I stedet bør en dele inn tallområdene i mindre deler og jobbe mellom 1-5, 1-10, 1-15, 1-20 ,1-25 osv, slik at kunnskapen om tallene virkelig befestes og alle fire regnearter tas i bruk underveis. Hoderegningsoppgaver og overslagsregning vil her få en naturlig plass og øke barnas trygghet på hva symbolene står for og hvordan de skal brukes. I tillegg er det viktig å få frem romlige forestillinger i forhold til symboler. 1 kan f.eks være en tellestrek, I, et kvadrat med side I × I, eller en kube med side I × I × I.

Det er ingen grunn til å skape engstelse for symboler, heller ikke matematiske symboler. Symboler omgir oss overalt, og barn lærer dem utrolig fort. I den tidlige leseutviklingen snakkes det om logolesing, og det er å sammenligne med å tolke symboler. Den store M til Mac Donalds kjenner de fleste barn, og det er et utall slike eksempler på symboltolking både av leksikalsk, bildemessig og tallsymbolsk art. Det mest kreative bruken av regnetegnene har jeg fra min egen praksis: En liten gutt strevde så fælt med å lære seg å lese, og det gikk både vinter og vår før moren fant løsningen. En ettermiddag da han strevde med å lese «lås» , fant hun på å sette opp ordet l+å+s= lås. Etter det eksploderte lesingen, og han fattet plutselig hva dette dreide seg om.

De arabiske tallene er enkle, og de fleste barn kjenner til og vet hva mange tall heter og står for, når de starter i skolen. Dette må vi utnytte fra første stund, men vi må gå til arbeidet med grunnkunnskap om tall og tallforståelsesutvikling som gjør at det ikke skapes misoppfatninger og forvanskninger hos barna i denne læreprosessen, og heller se slik eksemplet over hvordan kunnskap på tvers av fagområdene kan komme til nytte.

Referanser

Butterworth, Brian. 1999 *The mathematical Brain.* Macmillan.

Davidsen, Hilde. Skaar. *Matematikk I barnehagen.* Artikkel i Spesialpedagogikk 4/0.

Efskin, Ragnhild. 2000. *Matematikkverksted.* InfoVest forlag.

Engstrøm, Arne (Ed). 2004. *Democracy and partipication.* Ørebro University

Gaskin, Irene. 2004. *Mediated Instruction.* Paper fra Bredtvet kompetansesenter.

Hughes, Martin. 1986. *Children and number.* Basil Blackwell.
Johansson, Bo. 2005. *Numeral Writing Skill and Elementary Arithmetic Mental Calculations,* Scandinavian Journal of Educational Research Vol.49, No 1, Feb-05.
Ljungblad, Ann-Louise. *«Siffran i våra liv»*. Artikkel i Spesialpedagogikk 4/06.
Nyborg, Magne. 1994. *BU modellen.* Inap-forlaget.
Nyborg, Magne. 1986. *Læringspsykologi.* Spesialpedagogisk forlag.
Ostad, Snorre. 1994. *Matematikklæring og matematikkvansker.* Institutt for spesialpedagogikk.
Ostad, Snorre. i forelesingsnotat fra kurs om matematikkvansker i 2000.

Ragnhild Efskin, PPT Ytre Helgeland: Ansatt ved PPT Ytre Helgeland siden 1996. Master i spesialpedagogikk fra 2006 med forskningstema «Om innføring i tallene for 6-7 åringene» Arbeidet 22 år i skolen, hovedsakelig på småskoletrinnet med begynneropplæringen i matematikk som hovedinteresse. Utga2000 «Matematikkverksted» på InfoVest forlag.

Artiklen har tidligere været bragt i det norske SKOLEPSYKOLOGI 2006 nr. 5.

15. Hansen, Kim, Foss (Psychologist, consultant of development). **Low Achieving Pupils in Math. – What is the Meaning of Low Achievement?** *Psykologisk Pædagogisk Rådgivning, 2007, Vol. 44, 283-293.* – The article deals with the teaching of math, the types of tasks in math, and the group of pupils who during their school ys. are designated as low achievers. The l.a. pupil typically has difficulties in the central areas of numbers and algebra. Even if math teaching should encompass many different aspects and dimensions, it is often the lack of solving very simple tasks that leads to the l.a. diagnosis. But task solving is not just task solving; some tasks carry more weight and more importance as to their relevance in teaching pupils to manage in the math of »reality«. We should deliberate whether it is the right kind of task solving that leads to the l.a. diagnosis. Otherwise we should accept that society puts other demands and challenges and other possibilities than the tasks that are so tiresome for most l.a. pupils. – *Kim Foss Hansen.*

16. Ostad; Snorre, A (Professor at he University of Oslo). **Math Difficulties – A Multifactorial Phenomenon With Characteristic Features.** *Psykologisk Pædagogisk Rådgivning, 2007, Vol. 44, 294-304.* – Several types of definitions of m.d. have been made during many years. Definitions of discrepancies e.g. between IQ and math performance; definitions by characteristic features such as memory, verbal internalization, use of strategies etc. In a longitudinal study, a number of low math achieving pupils were followed for two ys. Two types were identified: l.a. pupils who showed a normal development in math, but at a somewhat delayed rate, and l.a. pupils who showed a qualitatively different development. This was found with 10 % of the pupils of the the participant schools. These pupils used few strategies in task solving and tended to adhere to these. Although it is the dominant attitude in the Nordic countries that math difficulties is a multivariate problem, more research here and also internationally is needed in order to find a research based area of consensus. – *Bjørn Glæsel.*

17. Lindenskov, Lena (Professor at The Danish University School of Education. The University of Aarhus). **Cooperation Between Math Teachers and Psychologists About Math Difficulties.** *Psykologisk Pædagogisk Rådgivning, 2007, Vol. 44, 305-323.* – For many ys. the learning of math of pupils with math difficulties has been a neglected area in Denmark – in practice as well as in theory. This is changing, a.o. due to the recent OECD review of the Danish primary school (Mortimore, 2004). A Danish research project is elaborating a new concept: »Math Holes«. The connations are that m.h. can appear at many places during the learning of math, that they may appear for different reasons, and that they may be remedied by e.g. filling, putting a foot bridge over it, or to circumvent it. The pragmatic value is that it does not matter whether the origins of the holes are neurological, cognitive, psychological, social, or didactical. The consequences are, that teachers and psychologists should collaborate to make individual plans for the teaching of all pupils with m.d. – *Bjørn Glæsel.*

18. Sjøvoll, Jarle (Professor of pedagogy at The Høgskolen in Bodø). **Adapted Teaching of Math. Cognitive Processes as the Foundation of Math Teaching.** *Psykologisk Pædagogisk Rådgivning, 2007, Vol. 44, 324-335.* – Adapted teaching means individualized teaching, reflecting the individual needs of the pupils. Math difficulties may be caused by problems of attention, visual or aural difficulties, and problems with memory a.o. The cognitive processes that should be examined when suspicions of m.d. are presented are: the number concept, simple and complex math operations, arithemetic symbols, geometrical figures, spatial relationships and memory, planning, time concept etc. Metacognition, linguistic abilities and emotional factors also need to be examined. A useful categorization of m.d. is presented by Adler: general m.d., specific m.d., and acalculia. Adler's test of m.d. is presented as are a number of methodological considerations. – *Bjørn Glæsel.*

19. Efskin, Ragnhild (Psychologist at The School Psychological Office of Ytre Helgeland). **Symbols as a Help Towards Understanding – Even in the Teaching of School Beginners.** *Psykologisk Pædagogisk Rådgivning, 2007, Vol. 44, 336-351.* – Numbers and number symbols are everywhere, and they are among the most exiting ares to explore for school beginners. Brian Butterworth claims that numbers and letters have different origins. Therefore they must be taught differently. According to B.B., the number concept is congenital and universal and to be found with all humans, independently of where they live and what culture they are part of. The alphabet is handed down from one generation to the next via cultural channels. The child's inborn capacity to understand numbers should be the platform for the teaching of numbers. We should possibly reevaluate our teaching practice and make the teaching of numbers be less coloured by the teaching of letters than it is today. More research should be made abt. the connections between early knowledge of numbers and the use of numbers and other mathematical symbols and success in math later on during the school ys. – *Ragnhild Efskin.*

Fortællinger i organisationer

Kit Sanne Nielsen: *Fortællinger i organisationer – narrativ praksis*. Hans Reitzels Forlag, 2006, 2. udgave. 221 sider, 249 kr.

Kit Sanne Nielsens virke og indsats for erhvervspsykologiens udbredelse og valorisering i Danmark fylder mig med respekt og ærefrygt.

Forfatteren har både udgivet bøger om emnet alene og sammen med andre og samtidig vidner hendes formuleringer i denne bog om, at hun er særdeles velinformeret og belæst inden for dette meget vidt udstrakte fagfelt.

På samme tid anvender Kit Sanne Nielsen de teoretiske indfaldsvinkler i sit arbejde som konsulent for virksomheder i Danmark. En sådan indsats hvor der både arbejdes teoretisk og altså også i praksis med stoffet vil altid imponere, idet der i vores fag ganske ofte går en skillelinje mellem de psykologer, som er særdeles velfunderet teoretisk og dem der er det i praksis. Her er efter min vurdering et fint eksempel på en kollega, der magter at sætte teori og praksis sammen på et flot niveau.

Et af de andre steder Kit Sanne Nielsen demonstrerer sit niveau er som brevkasseredaktør i Politiken om lørdagen.

Erhvervspsykologi er en relativt ny retning inden for psykologien i Danmark. Så da Kit Sanne Nielsens bog udkom i første udgave i 1997 blev den anmeldt mange steder – både i fagblade og i dagblade (se www.kit-sanne-nielsen.dk) og alle steder med fremhævelser af det nyskabende i bogen.

Til den foreliggende udgave er bogen omarbejdet, og der er tilføjet et helt nyt afsnit: kap 1.7: *Forandringer og det menneskelige.*

Forfatteren skriver i forordet, at hun efter at have afprøvet det narrative i endnu flere sammenhænge siden 1997, vil hun nu arbejde på at adskille det narrative fra historiefortælling. Målgruppen for bogen er personaleledere i praksis, som ønsker at få inspiration til at forandre og udvikle deres organisation. Bogen er også skrevet til mellemlange og videregående uddannelser, hvor udvikling og forandring af organisationer er en del af pensum.

Jeg har her i forårssemestret 2007 anvendt bogen som supplerende litteratur på modulet Pædagogisk Psykologisk Intervention, i den pædagogiske diplomuddannelse i psykologi, hvor vi netop i undervisningen beskæftiger os med forskellige typer af indgriben i sociale sammenhænge.

Fra bogens kapitel 1 om Det narrative vil jeg nævne følgende: Forfatteren citerer Gergen for:

1. den stabile fortælling, den enkeltes livsbane ændrer sig ikke væsentligt i forhold til det der stræbes efter at realisere, kontinuitet og balance [det moderne?]
2. den opadstigende fortælling: det går bedre og bedre for de personer, der er

involveret i fortællingen

3. den nedadgående fortælling: udviklingen i historien er »tilbagefaldende« Personen er dårligere stillet ved slutningen af historien end ved begyndelsen.

Senere i bogen benytter Kit Sanne Nielsen sig af at illustrere forskellen mellem tykke og tynde fortællinger. Hvor de tynde fortællinger er de fortællinger, som netop kaldes tynde, fordi de indeholder meget lidt af det, der er ønskeligt i organisationen.

Tankerne er her, at det er en mulighed for konsulenten at arbejde på gøre de tynde historier tykkere således at der bliver mere »af det gode« i medarbejdernes fortællinger om virksomheden.

Specielt denne metafor med de tynde og de tykke historier inspirerer mange ph.d.-studerende. Jeg anvendte også i min undervisning nogle af de øvelser, der er beskrevet flere steder i bogen. Her tog vi udgangspunkt i de studerende egen hverdag på skoler, i institutioner m.v.

Kit Sanne Nielsen er blandt mange andre meget inspireret af Michael White. (se litteraturlisterne)Her i bogen kobles f.eks. hans udgave af begrebet stilladsering op på en virksomhed med en meget spændende tegning, som fint illustrerer, hvad stilladsopsætning kan betyde i en organisation: nemlig at det bliver vigtigt for konsulenten at konstruere nye vinkler på skabelsen af selvet som et hus eller en bygning. Og det er i denne narrative samtale, at de nye fortællinger om selvet konstrueres. De fortællinger, som lægger vægt på, at vore selvfortællinger også altid inkluderer de øvrige medlemmer af arbejdsfællesskabet.

Senere i dette første kapitel diskuteres begrebet diskurs og det defineres her i teksten som lig med kontekst i den brede betydning af dette ord.

Foucault siger om diskurs, at begrebet er et udtryk for de samfundsmæssige vilkår og den specifikke historiske situation vi står i. Diskurser er usynlige. Ellers var de ikke diskurser.

Fra bogen kapitel 2 om Praksis: På side 115 fastslår forfatteren: »Inden for den socialkonstruktionistiske teori betragtes alle psykologiske vurderinger og diagnoser som historier, og der tages ikke stilling til om en historie er rigtig eller forkert«. Her som flere andre steder i bogen udsiger Kit Sanne Nielsen at hun bekender sig til socialkonstrukionismen. I mit arbejde som psykolog på det indviduelle niveau kunne dette omsættes til: »Det er aldrig for sent at få en lykkelig barndom«

Fra bogen kapitel 3 om Historier i organisationer vil jeg nævne, at de mange eksempler på historier i organisationer og de instruktive øvelser for mig – som nævnt i indledningen – har været fine at bruge i min undervisning ved CVU – Lillebælt her i foråret.

Bogens kapitel 4 er et Appendiks som ret præcist på metaniveau fremstiller bl.a. forbindelsen mellem postmodernisme og socialkonstruktionisme.

Bogen har et godt stikordsregister samt udførlig litteraturliste efter hvert kapitel Begge dele gør den fint egnet til studiebrug. Endvidere er bogen forsynet med nogle meget illustrative vignetter, som også vidner om, at Kit Sanne Nielsen er trænet i at formidle sine budskaber/ indsigter både gennem øret og gennem øjet.

Karen Kyndrup

Selvledelse

Flemming Andersen: *Selvledelse. Selvet på arbejde*. Dansk psykologisk Forlag 2006. 284 sider, 298 kr.

Det er så længe siden, bogen er kommet at den har været anmeldt flere steder. De anmeldelser, jeg har læst har været vurderende anmeldelser. Derfor vil denne anmeldelse være en slags referat (naturligvis med mine fokuspunkter) af bogen med en opsummerende vurdering til sidst.

Det første kapitel handler om ledelsesteori. Sprogligt, etymologisk er betydningen af teori: afledt af »de tilskuere som de små græske bysamfund sendte ud for at se det årlige sakrale festspil på Olympos. De blev kaldt »theoreos«. Deres opgave var at bringe deres betragtninger hjem til bysamfundene om gudernes fortællinger om vilkårene for det kommende års arbejde.«

Ordet *»ledelse« stammer* fra det oldnordiske ord »leita«. Den sproglige rod betyder » at søge efter« eller » at finde nye veje«

I modsætning hertil har vi også det fransk- engelske ord: *»management«*: styre, kontrollere på samme måde som en dyretæmmer gør i en manege.Hvilket ordet også er afledt af.

I 1980-erne fremkom Human Resource Management, som ofte forbindes ofte med medarbejderudviklingssamtaler, personlighedstest og tilfredshedsundersøgelser

Fra management til ledelse sker samtidig med overgangen fra det moderne til det postmoderne samfund. Medarbejderne efterspørger en ledelse som kan medvirke til at reducere kompleksiteten på arbejdspladsen.

På side 53 hedder det om selvledelse og selvværd: »Netop fordi menneskets selvværd er et relationelt fænomen, er selvværdet en meget skrøbelig størrelse. Selvværdet tager nemlig farve af både ens egen og af de andres vurdering af, hvad man er værd«.

For at kaste lys over dette relationelle fænomen citerer Andersen Axel Honneths (2003) 3 sfærer:

- Selvtillid stammer fra *familien* (kærlighed)
- Selvværd stammer fra *samfundet praksisfælleskabet* (skolen og arbejdspladsen)
- Selvrespekt stammer fra den *offentlige retslige sfære juraen*

Anerkendelsen er således grundlaget for, hvor frit vores menneskelige kilder (ressourcer) springer.

Hvilke kompetencer skal en socialkonstruktiv leder erhverve?

Ifølge Andersen kan den socialkonstruktive leder f.eks gøre følgende:

- At *tracke:* at se efter, hvad man ønsker mere af og som allerede er der
- At *fanne:* at puste til det man har opdaget.

Om 6 vigtige transformative og selvværdsudviklende læringsformer

1. *Facilitering* må oftest udføres af en anden end den formelle leder
2. *Rådgivning:* »Al socialkonstruktiv rådgivning skal ske på en måde så ansvaret (æren) for den givne aktivitet forbliver hos den, der får rådene«
3. *Sparring:* etym: »sparare« c: at afparere, bruges om en boksers træningspartner, som skal træne bokseren i at afparere kompetente angreb og stød. Rollen som sparringspartner er symmetrisk (her i teksten »ligeværdig« rolle.)
4. *Supervision:* historisk hos Freud i form af en »kontrolanalyse« for at sikre at analysen foregik på den for-

skrevne måde. Supervision er det der foregår i Masterclasses. Handler ikke om at gribe direkte ind i den andens arbejde.

5. *Coaching:* »er en radikal og antiautoritær intervention i et andet menneskes udvikling«. Etymologisk: coach er »vognen som transporterer spillerne frem til kamppladsen« ved hjælp af Grow modellen:
   G(OAL), Hvilke faglig mål vil fokuspersonen nå?
   R(EALITY) Hvilke realiteter vil fokuspersonen forholde sig til?
   O(PTIONS) hvilke muligheder skal fokuspersonen undersøge nøjere?
   W(ILL) hvilke handlinger vil fokuspersonen vælge efter de første 3 faser`?
6. *Eksistentiel konsultation:* kan ofte være vanskelig for lederen idet den tit fører ind i nogle personligeområder af medarbejderens liv. Her må lederen så henvise medarbejderen til f. eks. en psykolog.

Hvilke paradigmer tænker lederen i?

– *Det objektivistiske paradigme:* »logisk positivisme« (110) »Tænker man som leder i det objektivistiske paradigme vil man primært være tilbøjelig til at lede efter entydige årsagsforklaringer på de fænomener, man ser i sin virksomhed, ligesom man vil være tilbøjelig til at lede efter et absolut *standpunkt som leder«.*
– *Det systemiske paradigme:* verden er ikke et objektivt fænomen men er et intersubjektivt fænomen.
– *Det socialkonstruktionistiske paradigme:* »den mellemmenneskelige relation går forud for individets dannelse«
– *På vej mod et integreret paradigme som indeholder* begreberne: kontekst, relation og selv

På siderne 132-139 fremstiller Andersen: 4 prototypiske jeg-du relationer:

– Den asymmetriske relation:
– Den symmetriske relation
– Den konfluente eller symbiotisk relation
– Den komplementære relation

Selvet og den neurologiske registrering af verden

Andersen tager sit udgangspunkt i de tre hjerner:krybdyrhjernen, det limbiske system og neocortex.

MR scanninger viser os, at personer med relativ høj aktivitet i VH er tilbøjelige til at genoprette et positivt stemningsleje hurtigt efter en negativ oplevelse, mens mennesker med relativ høj aktivitet i HH er mere tilbøjelige til at hænge fast i det negative.(og hvad så med kønnet her? KK)

Selvet som et socialt tilknytningsforhold

Bowlby og Ainsworth's fire tilknytningstyper:

1. sikker.
2. utryg.(undvigende)
3. utryg (ambivalent)
4. desorganiseret tilknytning. Vurderet ved hjælp af *Adult Attachment Interview*

Selvet som et personligt narrativ

Bruner: vi husker relativt mest fra mellem 11 og 25 års alderen.

»Valuering er den specielle betydning, som vi tillægger en begivenhed, hvad enten den er positiv (behagelig) negativ (ubehagelig) eller ambivalent (både – og) Valuering inkluderer ethvert forhold af betydning for den person, som oplever og genfortæller sin livshistorie«

Selvet som en historisk konstruktion

(159):

»*i det postmoderne* eksisterer mennesket i en tilstand af vedvarende konstruktion og rekonstruktion. »Det er en verden hvor alt som kan forhandles, kan gøres gældende. En hver af selvets virkeligheder giver efter for refleksive spørgsmål og ironi og viger til sidst for et begejstret fund af endnu en virkelighed« (Gergen, 2006)

1. Mennesker med en magisk bevidsthed: 2%: Børn fra 3-7 år tænker magisk. (Tænk her f.eks på Selma Fraiberg: De magiske år. KK)

2. Mennesker med en selvcentreret bevidsthed: 8%: Er stærkt udtalt hos børn og unge i puberteten. Disse unge mennesker ser andre som enten hjælpere eller modstandere i bestræbelserne på at nå deres egne mål. Det selvcentrerede menneske er interesseret i, hvad det selv få ud af omstændighederne på kort sigt.

3. Mennesker med en normativ bevidsthed: Mennesker med en normativ bevidsthed er låst fast i en »Mig-tilstand«. Den normative bevidsthed er den mest udbredte bevidsthedsform i traditionelle samfund og er stor udstrækning blevet overført til det moderne og det postmoderen samfund. Tænk på »tjenestemandsbegrebet« fra tidligere tider for at få en forestilling om den normative bevidsthed.

4. Mennesker med en autoritativ bevidsthed: De bygger deres ideer på holdninger og værdier, som de mener, må være gældende i et sundt samfund: *34%.*

Medens *6%* befinder sig imellem niveau 4 og niveau 5.

5. Mennesker med en integreret bevidsthed: mindre end 2%: »Og de, der har nået dette bevidsthedsniveau gør det sjældent før efter de er 50 år.«

(183): »Jeg vil kalde dette for en komplementær vi -tilstand«

Kapitel 10 har overskriften: Dragerne og den umodne relation. Andersen citerer Stevens, som mener, at mange mennesker er » besat« af disse drager:

1. Grådighedens drage:
2. Utålmodighedens drage. »Festina lente
3. Arrogancens drage
4. Selvforagtens drage
5. Martyriets drage
6. Selvforagtens drage
7. Selv destruktionens drage

Kampen mod dragerne kan kun vindes ved at opbygge magtfulde modforestillinger om, hvordan man kan plante sin lanse i dragens bug.

At se sig selv i relation til et fænomen i stedet for at have et problem eller være et problem: »re-authoring«

Bogen 4. del hedder: Om at lede sig selv: Undersøg din baggrund!

(221) »Gnothi seauton« – kend din plads i kosmos

Eller hvad fortæller dine indre stemmer om samtaler mellem Jeg – ét og Mig – ét i den Meadske optik??

272: »At lede sig selv og lede efter sig selv« kan f.eks. ske ved at arbejde med meditation samt ved at være fuldt til stede i dette nu.

Opsummering

Jeg har anvendt bogen som en del af den vejledende litteratur på ph.d.-modulet i Psykologi i foråret 2007: Pædagogisk psykologisk Intervention, som er et modul, der udfordrer de studerende på, hvordan de så vil/kan bruge det i praksis, de har lært i øvrigt på deres pædagogiske diplomuddannelse.

Der er rigtig mange af de diplomstuderende, som i deres eksamensopgaver i forbindelse med modulet Pædagogisk Psykologisk Intervention eller i deres Afgangsprojekt har brugt citater fra Flemming Andersens bog.

Det har specielt været udtrykket: at »tracke« og at »fanne« som har inspireret flere studerende. Ofte har udtrykkene været anvendt i sammenhængen med en anerkendelse tilgang til specialundervisningens børn.

Jeg har selv i min egen tænkning både som underviser og som praktiserende psykolog især haft glæde af at bruge Andersens små informative vignetter om de forskellige relationsformer: Den asymmetriske – den symmetriske – den symbiotiske eller den konfluente relation – samt den komplementære relation.

Bogen kan anbefales.

Karen Kyndrup

Fødselsritualer i Thailand

Anders Poulsen: *»Childbirth and Tradition in Northeast Thailand – Forty Years of Development and Cultural Changes«*. NIAS (Nordic Institute of Asian Studies), Monograph Series, 2007, 267 sider (19 £ hos Amazon)

Hvorfor anmelde denne bog I PPR-tidsskriftet? Det er der to gode grunde til: for det første fordi der foreligger en helt unik analyse og beskrivelse i denne længdesnitsundersøgelse over 40 år af nogle helt centrale, menneskelige forhold – graviditet og fødsel og omsorg for den nyfødte og de mange ritualer heromkring samt et udviklingsperspektiv: hvad sker der med menneskers liv, når udviklingen ændrer markant på livsvilkårene. For det andet fordi vi her har et eksempel på en dansk psykolog, der anvender en hel del af sit liv på at bruge sig selv i en smuk sags tjeneste i en for os fremmed kultur. Samtidig med at han har ydet en fremragende indsats herhjemme i den pædagogiske psykologis tjeneste igennem endnu flere år bl.a. som formand for Foreningen af pædagogiske psykologer, som leder af Dansk psykologisk Forlag m.m.m. Hans indsats internationalt i ISPA må også nævnes. Han er naturligvis æresmedlem af PPF.

Bogens består af tre dele: et afsnit på godt 100 sider om de kulturelle vaner vedrørende graviditet og fødsel tidligere og nu. Et afsnit på 75 sider om de rituelle tekster, hvorpå kulturen i høj grad bygger og fastholdes af og endelig et afsnit på 40 sider om metodiske og oversættelsesmæssige, sproglige forhold.

Det vises, hvordan landsbylivet i det nordlige Thailand finder sted og forandres i løbet af perioden fra 1961-62, hvor AP for første gang opholdt sig der som udsendt af UNESCO, ved en række ophold derude i 1970'erne, 80'erne og 90'erne samt helt frem til 2005 via støtte fra DANIDA og Velux Fonden. Hovedformålet var at dokumentere og derigennem fastholde viden og traditioner vedrørende graviditet og fødsel i lyset af de sociale og økonomiske forhold dengang og nu. Det må siges at være lykkedes i høj grad – fordi AP med vidtåbne øjne og ører og en totalt respektfuld måde har fået kontakt med og tillid fra alle, han har mødt og opsøgt. Derigennem er der blevet samlet en detaljeret og righoldig viden om livet og nogle livsvigtige forhold i denne fjerne del af verden. Graviditet og fødsel var for 45 år siden omgivet af mange ritualer og var tilknyttet traditioner og religiøse forestillinger som en helt selvfølgelig del af kulturen. Som så mange andre kulturelle forhold, stod det ikke nødvendigvis beboerne klart, hvorpå traditionerne byggede, og hvad de nærmere betød. Men AP søgte og fik kontakt med de lokale vismænd og religiøst indsigtsfulde ældre som kunne gå bagom og sætte ord på riterne.

Afsnittet om de rituelle tekster består af direkte oversatte gamle tekster, som er dybt fascinerende. De har et universelt underliggende men lokalt tilpasset budskab. Varme, livsnære, direkte og grove – nogle af dem.

Fra metodeafsnittet vil jeg gerne fremdrage en af måderne at indsamle viden på. På en af de opfølgende rejser blev en lokal skoleinspektør i en landsby spurgt om forskellige, kulturelle vaner. Det kunne han ikke svare på, da han ikke boede i landsbyen selv. Men de børn og kvinder, som stimlede sammen om bilen, når der blev gjort holdt på små sideveje, kunne og ville bidrage med mange oplysninger og synspunkter. Dertil kommer en omfattende litteraturgennemgang og et udbygget noteapparat.

Bogen lader sig ikke uden videre klassificere: det er ikke helt og dog en del: antropologi, sociologi, religionsfilosofi, men mest af alt psykologi. En psykolog, som formår at spørge og lytte og at analysere og sammenfatte. En fin præstation.

Det skal nævnes, at bogen er flot sat og trykt med mange, fine sort-hvide fotos af børn og kvinder og af de skriftkloge i landsbyen.

Bjørn Glæsel